Revue générale des Sciences
pures et appliquées
et Bulletin de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences
Tome LXI N°s 3-4 1954

L'INDUSTRIALISATION DE L'AFRIQUE

Tel est le titre d'un ouvrage récemment paru (1) et dont l'importance demande plus qu'un compte rendu. Le sujet, en effet, est immense et l'auteur, M. Ivan du Jonchay, l'a traité fort complètement, utilisant des statistiques très récentes, donc vraiment d'actualité.

Tout le monde sait que la révolution économique mondiale a commencé en 1925 avec le boycottage des cotonnades anglaises à Canton, mais tout le monde ne sait pas que la ville de Lyon achète de la rayonne en Colombie ou bien que le Maroc fournit du chocolat à la Suisse. Depuis la dernière guerre, les Européens ont compris qu'ils devaient pratiquement renoncer aux investissements profitables en Amérique du Nord et en Asie. La situation même de l'Europe a incité bien des capitalistes à s'intéresser à l'Afrique, qui bénéficie d'un effort sans précédent (dont les conséquences ne sont pas encore envisagées d'ailleurs).

La mise en valeur de l'Afrique a été longtemps retardée par l'insuffisance des sources d'énergie classiques : charbon et pétrole. Les centrales hydrauliques ne produisent encore que 16 milliards de kilowatts, mais les réserves sont chiffrées à 650 milliards de kwh, soit les 2/3 de la réserve mondiale. Il y a des projets pour le Nil, le Congo et le Zambèze et on est en droit d'attendre beaucoup de l'énergie éolienne et solaire, voire atomique.

L'agriculture africaine est déficiente et la population qui va toujours en augmentant (200 millions d'habitants) a bien du mal

(1) Ivan du JONCHAY. — L'industrialisation de l'Afrique. 1 vol. in-8°, 344 pages, 8 cartes. Paris, 1953. (Payot, éditeur.) - Prix : 1.100 fr.

à trouver sa nourriture. Les cultures industrielles, l'élevage, l'exploitation des bois, sont en progrès marqué, ainsi que l'exploitation minière.

L'industrie, née en 1911 avec le premier haut-fourneau du Katanga, se développe rapidement, surtout depuis la dernière guerre au cours de laquelle l'Afrique a manqué de tous les produits d'importation. Des usines géantes commencent à fonctionner depuis la chocolaterie de Casablanca jusqu'à l'usine de contre-plaqué de Port-Gentil (la plus grande du monde), en passant par l'usine à pain d'Abidjan, la fabrique de chaussures de Brazzaville, etc., les verreries du Congo belge, les fabriques d'allumettes ou d'explosifs. La métallurgie est aussi en progrès et on envisage une industrie locale de l'aluminium.

Les transports ont été modifiés par l'équipement des lignes aériennes. Voies ferrées, routes et pipe-lines s'organisent.

La qualité variable de la main-d'œuvre locale a incité les industriels européens à créer des usines ultra-modernes, hautement mécanisées, utilisant surtout des ingénieurs et des contremaîtres venus de la métropole. La main-d'œuvre locale s'habituera peu à peu aux tâches nouvelles, pourvu qu'on ne l'initie pas trop vite aux jeux de la politique et surtout qu'on se décide à lui interdire complètement l'usage de l'alcool. Sous le triste prétexte que le budget des douanes est richement alimenté par les importations de boissons alcooliques, l'administration française tolère un développement scandaleux de l'alcoolisme dans nos territoires d'outre-mer. Du moins pouvons-nous empêcher l'alcoolisme, ne serait-ce que par respect pour le Traité de Saint-Germain que nous avons signé le 10 septembre 1919.

En arrivant au chapitre des finances, nous concevons bien que l'Etat prenne à sa charge les grosses dépenses d'infrastructure : routes, voies ferrées, aérodromes, ports, écoles, grands barrages, etc. En tant que contribuables, les chiffres de la France d'outre-mer nous intéressent particulièrement. Au cours des cinq dernières années, la France a investi 760 milliards outre-mer, tandis que les Charbonnages de France en coûtaient 458 et les chemins de fer français 182. Le record appartient au Congo belge avec un total privé et public de 500 milliards d'argent frais pour 12 millions d'habitants. Les investissements privés en Afrique sont de caractère international, industriel ou financier : Trust Unilever pour les matières grasses, grandes Sociétés pétrolières (68 milliards en Tunisie seulement), etc. Dans les pays les plus évolués, on voit naître l'autofinancement (25 % au Maroc) et la politique de hauts salaires en Afrique Noire ne doit pas y faire craindre la thésaurisation. Les Noirs achètent des automobiles et des frigidaires.

Telles sont les grandes lignes de cette grande nouveauté : l'industrialisation de l'Afrique.

Je ne sais pas si nous devons être aussi optimistes que l'auteur, car il s'agit souvent d'un inquiétant déplacement de richesse. La création d'industries locales par les Européens sauve des capitaux privés, mais conduit forcément à une diminution progressive des exportations de la Métropole.

Le marché intérieur est limité et les exportations seront (et sont déjà) contrariées par les Métropolitains. Nous connaissons déjà l'exemple classique de la sardine marocaine, difficile à trouver en France, parce qu'elle ferait concurrence à la sardine métropolitaine. Nous pourrions en citer bien d'autres, sans compter les droits de douane persistants entre la France et ses départements algériens, et autres.

C'est un grand problème aux multiples aspects, qui a besoin d'être pensé longtemps, sans amertume et sans égoïsme, en pleine connaissance des réalités. L'Afrique reste le continent le plus étonnant, puisqu'on peut y rencontrer des Universitaires très distingués prendre une part active à l'avenir de leur pays, tandis que les anthropophages de la forêt ne souhaitent rien, pas même du travail.

Raymond Furon.

THÉORIES ET JEUX. ASPECTS ET TENDANCES

par Georges BOULIGAND

Parler d'un jeu soulève d'emblée ces questions : quel risque, quel esprit de combinaison (1) comporte-t-il ? Est-il attrayant ? La forme interrogative, celle du chercheur, est de mise, car elle prélude à un genre de pensée que le jeu favorise : qui joue s'interroge.

Le terme *jeu* apparaît très large si l'on songe à la variété des jeux ordinaires, entre plusieurs participants. On peut aussi bien imaginer des jeux à un seul joueur. C'est le cas d'une théorie achevée ; les pièces du jeu sont alors les prémisses (termes primitifs et axiomes). On s'y conforme à ces règles : s'en tenir auxdites pièces et ne les soumettre qu'à des démarches déductives. Dès qu'on détient le secret de quelques termes primitifs (masse, temps, liaison, travail d'une force,...) et la substance de ces axiomes dénommés *principes de la Dynamique*, le problème de *Mécanique rationnelle* se réduit à un jeu mathématique, sous réserve de montrer que ses conditions sont de celles permettant l'application desdits principes.

Ce rapprochement entre théories et jeux suggère de distinguer des joueurs dociles ceux qui seront des *promoteurs de jeux*, en transmettant à d'autres des règles fécondes : tel Newton, dont la loi d'attraction permit à de nombreux adeptes d'accéder au jeu de la Mécanique rationnelle. Pour apaiser des doutes quant à cette vue des choses, il faudrait se tourner vers l'Histoire, et donnant à l'enquête l'ampleur voulue, rappeler des hypothèses hasardeuses, habiles pourtant, comme celle *des épicycles* qu'on admit jusqu'à Copernic pour explication des aspects géocentriques du mouvement des planètes : prémisse périmée et qui fut cependant utile un bon laps de temps. En somme, procédant par étapes, la synthèse a sollicité, tour à tour, des jeux divers.

Le tissage d'une trame théorique, face à des phénomènes qu'elle prétend coordonner, même prévoir, peut suggérer à deux synthétistes A et B de leur adapter des jeux J (A) et J (B), qui souvent, assez vite, connaîtront des faveurs inégales : J (A) sera préféré, en raison de sa réussite à coordonner les faits d'une classe élargie. A ce titre, bien que cohérents, certains jeux seront relégués, sans que leur disgrâce soit irrévocable : car le jour peut venir où telle

---

(1) Cf. W. Rivier, sur les jeux de combinaison, R. G. S. t. LIX, 1952, p. 197 et ss.

expérience leur apporterait, avec un chef d'élargissement, une nouvelle vitalité. Elle peut d'ailleurs susciter une complète refonte : ainsi, le jeu corpusculaire proposé par Newton en optique, déclassé à la rencontre des interférences et de la diffraction, a repris corps grâce à l'effet photo-électrique, mais pour s'intégrer dans le jeu dual de la Mécanique ondulatoire.

Le scrupule à trop rapprocher théories et jeux n'est étranger, ni au faible potentiel théorique de certains jeux, ni à la survivance d'un préjugé, contre lequel Pierre Duhem s'élevait, en 1906, dans « *la Théorie physique* », et qui voudrait dans une bonne théorie, atteindre le fond des choses. Si cela est utopique, le physicien n'en recherche pas moins, dans ses spéculations, une part de *réalisme*. Certain jeux, a priori, ne manqueront pas de lui sembler factices : mieux vaut par exemple éviter le recours à des idées gratuites, quelque chose comme l'appel abusif à des dimensions supplémentaires de temps et d'espace n'accordant chacune qu'un parcours infime à la coordonnée correspondante. Et aussi bien, proposer un déterminisme sous-jacent dans la physique corpusculaire serait-il opportun, sans une extension tangible du champ expérimental ?

D'ailleurs, tout en dénonçant les abus d'un réalisme naïf, Pierre Duhem a insisté sur cette condition : une théorie physique ne doit pas seulement faire appel à des énoncés mathématiques exacts ; en vue de sa confrontation avec l'expérience, il faut encore que dans ces énoncés, les conclusions restent presque vraies quand les hypothèses sont peu modifiées : ainsi l'exige l'influence des erreurs d'observation. Se placer sur ce terrain, comme M. Jacques Hadamard le faisait déjà en évoquant la stabilité du système solaire (au Journ. de Math. p. et appl., 1898, p. 71), c'est maintenir un réalisme de bon aloi, auquel Duhem a eu raison de s'associer : réalisme élaboré qui se découvre à la suite d'une analyse minutieuse à la liaison de la théorie et du concret.

Les dernières pages de cet article montreront que, sous d'autres formes, cette aspiration à un réalisme mûri s'affirme en des recherches mathématiques très actuelles, et qu'aujourd'hui encore, elle peut, en s'exerçant à bon escient, être une source notable de progrès.

***

Voulant à la fois faire lire et réfléchir, l'exposé qui va suivre réunira des textes assez divers. L'histoire des sciences pourrait en fournir tout un choix, et notamment, souligner la prudence d'un Newton, qui ayant étudié l'attraction et ses conséquences, se défendait d'en livrer la cause ultime, préférant se retrancher derrière la formule :

Tout se passe comme si...

Cela suggère de faire, dans une œuvre, la part du réalisme et de son intervention sous une forme tantôt naïve, tantôt plus affinée. Question parfois très délicate.

Il en est ainsi quand on examine les tentatives d'un Léonard de Vinci, à la suite d'une vingtaine de spécialistes (Paris, Centre National de la Recherche scientifique, 1952). Parcourons leurs mises au point, réunies en un beau volume :

Léonard de Vinci et l'expérience scientifique au XVI^e^ *siècle* (1)

L'enquête a rayonné vers la Mathématique (P. Sergescu), la Mécanique (R. Dugas), l'Optique (Ronchi) et à proximité, vers l'art de l'ingénieur ou de l'architecte, du constructeur d'appareils (M. Daumas, P. Francastel, B. Gille, G. Sarton). L'activité de Léonard apparaît ainsi en rapport avec celle de ses contemporains. On a jaugé son matériel de lectures, scruté sa pensée en fonction de l'œuvre d'Archimède ou de thèmes perpétuels, pluralité des mondes, conceptions corpusculaires (Johson, P. H. Michel, Hooy Kas, Santillana). Complété par la chimie (S. Taylor) et la biologie (Bodenheimer, E. Belt) ce tableau s'unifie par des rapports généraux (Koyré, Ronchi, L. Febvre, Chastel). D'où un instrument de travail, rendu maniable par un index de noms, en vue de nouvelles recherches, mais qui laisse loin encore des attitudes de la pensée d'un précurseur, tantôt surestimé (il le fut par Pierre Duhem, dans son *Système du monde*), tantôt un peu méconnu.

*
**

Après ce coup de sonde dans le passé, suivons les contemporains s'adonnant à la Mathématique pour en retenir, avec un attrait qui subsiste, ces aspects *plaisans et délectables*, cultivés dans son ouvrage de 1612 par Bachet de Méziriac (1), puis, fin du XVIII^e^ siècle, par Ozanam, et fin du XIX^e^, par Edouard Lucas ; tradition dont s'affirme encore la vitalité.

C'est l'inattendu qui domine dans un livre de M. E. P. Northrop intitulé :

Fantaisies et paradoxes mathématiques (2)

Chaque problème abordé et résolu apporte une surprise, qui avec l'appui des commentaires, sera de courte durée. Les prétendus paradoxes virent ainsi au naturel. Une fois atteint ce résultat, qu'un appendice facilite, le large matériel d'exemples, qui éclaire des fautes typiques de raisonnement et s'étale vers les probabilités et la logique, aura porté fruit. De l'éclectisme, on revient à l'unité de vues.

(1) Un in-4° couronne, 275 p., avec reprod. photog. de manuscrits. Pr. Univ., Paris, 1953 ; prix : 1.500 fr.

(1) Voici le titre : *Problèmes plaisans et délectables qui se font par les nombres.*

(2) Un in-8 de VI-226 p. 14 × 22 avec 106 fig. (trad. Bodet, coll. : les Heures scientifiques). Dunod, 1953, 880 f.

Précisons, par un cas d'espèce, l'intérêt de cheminements adventifs. Il s'agit de cette question (p. 135) :

Soit le carré ABCD. De B pour centre, avec BC pour rayon, on décrit un quart de circonférence CFA, coupé en F par la parallèle HE à BC ; soit G l'intersection de HE avec BD. On trace, de H comme centre, les circonférences de rayons HG, HF, HE. Appliqué au triangle rectangle FHB, le théorème de Pythagore montre que l'aire du cercle K de rayon HG équivaut à celle de la couronne de largeur EF (propriété P). Quand H tend vers B, le cercle K se réduit au point B, et la couronne à la circonférence ayant B pour centre, BC pour rayon : les deux aires égales en vertu de la propriété P s'annulent ensemble, donc P subsiste à la limite. Une impression de surprise n'advient qu'en se laissant *dévier de la propriété* P, ce qui se produit si l'on compare l'unique point B à la circonférence de centre B, rayon BC, qui contient une infinité de points : à ce titre, on se trouve entraîné vers ce fait que *la courbe* a la longueur 2π BC, et *le point* B la longueur zéro, sans doute par la force de l'habitude, l'un des objets cités *s'imposant aux sens* par sa longueur, alors que des aires n'ont guère d'intérêt quand elles s'annulent ! On a cédé à des impressions et, de la sorte, quitté la ligne mathématique, un peu comme on cède à l'attraction d'une belle mélodie en restant sourd aux paroles qui l'accompagnent.

L'avertissement salutaire contenu dans cet exemple se renforce par un regard à des transformations ponctuelles conservant les aires et où se répète une circonstance analogue. Partons d'un cylindre droit circonscrit à une sphère S, les cercles de base étant centrés aux extrémités du diamètre vertical AB de S. Chaque demi-droite horizontale issue d'un point P de AB coupe S en M, le cylindre en N. D'où, correspondance entre M et N faisant passer d'une aire sur S à une aire équivalente sur le cylindre. Ici, chaque point A, B a pour image la circonférence bord d'une section droite terminale. Et cela ramène à volonté les remarques de l'alinéa précédent. Pour varier, remplacer la sphère par une surface convexe S' de révolution autour d'un axe vertical la coupant en A', B' et faire correspondre S', en respectant les aires, à la surface latérale d'un cylindre droit vertical C, prise égale à celle de S', de telle sorte que tout demi-méridien de S' devienne sur C' un segment de génératrice, une section horizontale de S' se mutant toujours en une autre de C'. De la sorte, A', B' se mutent encore en des circonférences. L'effort accompli pour multiplier les cas réalisant une circonstance prévue apaise la surprise de son advention inopinée en un exemple isolé ; chose naturelle, puisqu'*un progrès dans la généralité* rend toute question *plus intelligible* (1). Cette remarque pourrait se répéter en face de paradoxes de la logique (ch. IX). Les correspondances interviennent au ch. VII, tandis que VIII redresse des essais défectueux d'évaluation des chances.

*
**

Un esprit attentif rencontrera, sans peine, dans « le Northrop », un lot de *démarches opératoires* dans un sens élargi ; cela, chaque fois qu'apparaît dans le texte, d'une manière même implicite, la question :

Comment opérer pour... ?

L'enrichissement à tirer d'un tel exercice peut à bon escient se rechercher dans un recueil sur les jeux, ce qui ouvre alors des hori-

(1) G. Bouligand. — La nature des choses en mathématiques (R G S. t. LVIII, 1951, p. 131-146).

zons du côté de l'effort théorique. A ce titre, citons la seconde édition (française) d'un livre publié en plusieurs langues. C'est le recueil de M. *Maurice Kraïtchik :*

La Mathématique des jeux (ou *récréations mathématiques*) (1)

La notoriété de l'ouvrage permet de le commenter sur un plan élevé. Ayant dénoncé la tendance à confondre parfois calculs et mathématiques, l'Auteur examine des problèmes se traitant sous forme purement déductive, en optant çà et là pour les curiosités, c'est-à-dire aussi, pour le stimulant du mystérieux. Entre les questions posées, certaines ont une histoire, brièvement rappelée (p. 26 à 29). Pour qui sait l'intérêt, dans la genèse mathématique, de l'*élément problème*, émergeront deux énoncés (dont l'un reproduit ci-dessous) où l'inconnue est une *correspondance biunivoque* entre deux ensembles finis ; elle se détermine par données numériques mises en œuvre à partir d'un principe de ce genre : en imposant à la somme des carrés de deux entiers positifs x et y d'égaler un entier donné de deux chiffres, on obtient des couples x, y en nombre fini, d'où une correspondance associant dans chaque couple le second élément au premier. Ce qu'il est aisé de varier en usant au besoin de quelques conditions accessoires ou même en modifiant de diverses manières la condition imposée au départ. Sans aborder un exposé général, signalons comme exemple cet énoncé (n° 42, p. 36) :

Deux hommes A et B, *accompagnés de leurs fils* f et f', *ont fait des achats. Les objets acquis par* A *et par son fils,* f *ou* f' (?) *coûtent chacun un nombre* x *de* « billets » *qui est aussi celui des objets achetés ; et de même pour les objets acquis par* B *et son fils,* f' *ou* f. *Chaque famille dépense* 65 billets. *Sachant que* A *s'est offert un objet de plus que* f *et que* f' *n'en a acheté qu'un seul, dire quel est le père de chacun des garçons.*

Appelant x, y les nombres d'objets vendus à un père, et à son fils, on aura

$$x^2 + y^2 = 65$$

d'où

$$x = 8 \text{ ou } 7 \text{ ou } 4 \text{ ou } 1$$
$$y = 1 \text{ ou } 4 \text{ ou } 7 \text{ ou } 8$$

L'énoncé impose $x = 8$ pour A et $y = 7$ pour f. Il reste $x = 4$ pour B et $y = 1$ pour f'. Ainsi, f' est le fils de A, celui de B étant f.

L'énoncé n'est qu'*un modèle* fort apprêté (dans le choix des réalisations) d'une situation dont *le schéma opératoire* est très banal.

Cela peut s'agrémenter de diverses manières : témoin l'énoncé n° 43 de la p. 36, frère du suivant, emprunté à un recueil anglais du XVIII[e] siècle d'où l'Université de Cambridge l'avait exhumé (juin 1877) à des fins d'examen...

Trois jeunes mariés hollandais m'ont fait visite avec leurs femmes, Gertrude, Catherine et Anna. *Leurs maris s'appellent* Henri, Nicolas et Corneille, *mais j'ai oublié le nom de la femme de chacun d'eux.* Ils m'ont dit qu'*ils avaient acheté des cochons au marché !* Chacun en a pris *autant qu'il a dû payer de shillings pour un cochon.* Henri *ramène* 23 *cochons de plus que* Catherine ; Nicolas, 11 *de plus que* Gertrude, et *chaque mari a dépensé* 3 *guinées de plus que sa femme. Désigner* d'après cela *la femme de chacun de mes visiteurs* (1).

Sur ce livre, il y aurait encore beaucoup à dire. Sans entrer dans le détail des thèmes, signalons la large part faite aux nombres figurés, l'un des premiers moyens de recherche en théorie des

(1) Un vol. de 330 p., avec fig. et index. Gauthier-Villars, Paris 1954. Prix : 1.750 francs.

(2) Voir NIEWENGLOWSKI, *Questions d'arith.* Vuibert, 1927. La R G S ne s'engage pas à publier d'autres variantes.

nombres ; à proximité, carrés magiques et processus combinatoires divers. Il y a là une route menant à des exercices simples de topologie. L'Auteur a su exploiter de telles connexions sans trop systématiser et ainsi, sans alourdir, pour s'orienter finalement avec aisance vers *les échecs* ou autres jeux familiers.

⁂

Entre les jeux sans prétention théorique, et ceux propices à un effort de synthèse, il convient de s'arrêter un peu sur

le calcul mental

M. René Taton lui consacre cinq jolis chapitres (1) aptes à stimuler un art, souvent et bien à tort, taxé d'intérêt médiocre.

Ce jeu enrichit pourtant le jeune enfant quant à l'ordre, la logique, la réflexion, la mémoire. Et au laboratoire comme en mathématiques, on tire souvent parti de l'aisance acquise en ce genre, où des situations diverses commandent *d'adapter et d'improviser*. Il convient seulement d'éviter la routine. Or, à cet égard, la position de l'Auteur est claire : noter l'élévation des problèmes choisis en sollicitant l'analyse diophantine, des exemples de rapidité de croissance (comparaison de n^a et n^b, avec $a = n^n$ et $b = 11\,n$, en prenant l'entier n assez faible ; un changement de sens se produisant au passage de $n = 3$ à $n = 4$). Sur le motif des *curiosités arithmétiques*, le ch. IV est bien construit et plein d'attrait. L'appui de l'histoire a un rôle souvent unifiant (cf. ch. V : psychologie et pédagogie).

En poursuivant, comme dans les livres qui précèdent, les thèmes récréatifs, on rencontre des problèmes parfois difficiles : tel celui des *quatre couleurs*, issu de la cartographie. D'autre part, la variété morphologique des lignes de niveau d'une fonction $f(x, y)$ d'un point du plan, aux aspects souvent étranges, voire caricaturaux, atteste l'impossibilité de fait, se plaçant au point de vue global, de construire une théorie méthodique des fonctions implicites, sauf cas restreints [tel celui de convexité de la surface représentant $f(x, y)$]. Il faudra donc, en pareille matière, s'en tenir au point de vue local.

⁂

A la suite de ces remarques sur la valeur heuristique des jeux, j'aborde deux thèmes dont le premier (thème A) fait émerger, sur le plan théorique, certains aspects des jeux à deux, trois partenaires. L'autre (thème B) s'attache beaucoup plus à mettre en scène les théories, ainsi que *leur tendance au réalisme*.

Le thème A joue un rôle actif dans les p. 53 à 66 d'un livre déjà signalé dans ce recueil (2) et publié par le R. P. Dubarle sous le titre :

Humanisme scientifique et raison chrétienne

(1) Fasc. 605 de la coll. *Que sais-je ?* Presses univ., Paris, 1953. Prix :
(2) R G S, t. LX, p. 261, § 4.

Des idées émises, voici quelque trente ans, par M. Emile Borel, et bientôt vingt ans par M. Jean Ville (1), ont préparé dans ce secteur l'éclosion d'un traité.

J. von Neumann et O. Morgenstern - *Theory of games and economic behaviour, Princeton* 1944,

et d'un courant consécutif, représenté à Paris (thèses, 1952) par :

MM. Claude Berge, *Théorie des jeux alternatifs* (Gauthier-Villars, 1953),

Benoît Mandelbrot, *Théorie math. des communications* (Inst. de statist., 1953).

Le plus souvent, on se représente ici le jeu *sous l'aspect économique*, impliquant pour les partenaires le souci de meilleur gain ou de moindre perte. Réglementés selon le jeu, les coups successifs vont mener d'un départ à une issue : dans le cas des échecs et divers autres, ces coups s'aménagent en suite discrète et chacun se décide en face d'un nombre fini de possibilités. Un joueur conscient de toutes situations concevables et une partie quelconque et réalisant, devant chacune d'elles effectivement produite, toutes possibilités afférentes, peut aussi bien imaginer les divers schémas de décision adverse. Ce qui l'instruit, en principe, de l'avantage ou du danger de telle ou telle *stratégie* ; même sagacité prêtée aux partenaires ! Le vertige des grands nombres est laissé pour compte.

En pareil état de cause, on établit ce résultat *théorique* : s'il y a deux joueurs, il s'offre toujours certaines positions à partir desquelles chacun dispose d'une *stratégie infailliblement gagnante* ou sinon, qui mène à partie nulle. Si l'on passait des cas cités (échecs) à celui des cartes où les deux joueurs ignorent partiellement les conditions du coup, il n'est plus de stratégie décisive et indépendante du comportement adverse, mais à chaque joueur s'adaptant aux parties successives, il est loisible d'accroître au mieux l'espérance mathématique de son gain. Cette simplicité disparaît à partir de trois joueurs.

Ces aspects théoriques des jeux donnent le schéma d'une économie ultra-simplifiée. Ils ouvrent aussi des vues sur les processus à régulation, en cybernétique, et d'une manière lointaine, sur la mathématisation des faits humains.

Sans anticiper, signalons plutôt quelques points acquis par MM. Berge et Mandelbrot dans leurs travaux cités. Le premier a

(1) Cf. Jean Ville, Annales de l'Institut H.-Poincaré, 1954, t. XX, p. 309.

rattaché le cas de deux joueurs à la théorie algébrique des *semi-treillis* (1). Le second assimile les processus de communications à des jeux dérivés du schéma

émetteur - nature - récepteur (trois joueurs...)

où *nature* évoque le milieu intermédiaire, un joueur mal luné, qui voudrait toujours perturber les messages entre partenaires extrêmes, comme le savent les auditeurs de la radiodiffusion. Le souci d'en être affecté le moins possible amène l'Auteur à définir la *valeur* d'un jeu de communication et à la déduire d'une *fonction de gain* et d'un *critère stratégique*. A ces fins, chemin faisant, il s'inspire du jeu des machines qui, à la suite d'une *émission* de chaleur, permettent de *recueillir* du travail, ce qui tend à conférer ici à la thermodynamique un rôle d'appui (2).

Dans l'ensemble de ces recherches, se confirme une aptitude des *modèles stratégiques* à élargir l'outillage offert à l'effort théorique. Potentialité nouvelle, à laquelle ne manqueront pas de se consacrer d'autres auteurs !

*
**

Abordons maintenant le thème B où s'accentue la part du *jeu déductif*. Cela pourrait nous attirer vers la logique classique, axée sur une algèbre de Boole (3), dont un modèle est un type spécial de *treillis*, notion que l'algébriste étend par celle des *semi-treillis*, chacune étant englobée dans l'étude des *ensembles partiellement ordonnés*. Or cette dernière intervient en de récentes recherches de Mlle Guitel sur l'*analyse graphique des démonstrations* (cf. R G S, t. LX, p. 319) ; c'est en somme un jeu qui permet de mieux les dominer, en cas de complexité (ex. : tangence du cercle des 9 points d'un triangle à chacun des cercles tangents à ses côtés ; étude directe de la raréfaction, dans la suite des entiers, de ceux qui sont premiers, etc...) (4).

---

(1) Cf. *Leç. sur la théorie des treillis*, par Mme Dubreil, L. Lesieur et R. Croisot ; Gauthier-Villars, 1953.

(2) On pourrait encore imaginer qu'étant *émis* un problème de géométrie P, le *récepteur* soit le préposé à la correction des copies. Les patients ont tôt fait de traduire P en mauvaise algèbre et de s'y enliser : la mutation *travail* → *chaleur* est plus spontanée que son inverse et il en va de même pour *géométrie* → *calculs*. D'où la possibilité d'un parallélisme entre des cas assez divers.

(3) Le jeu de l'algèbre de Boole donne une représentation simple de certains problèmes sur les *circuits électriques*. Voir à ce sujet le n° 55 de « Gazeta de Matematica » (Lisbonne, août 1953).

(4) La R G S a déjà signalé ce sujet en son t. LX (1953), p. 319.

Rappelons des cas où l'emploi permanent d'une technique de raisonnement ou de calcul donnera l'impression que l'effort est diminué, avec généralité accrue ; il y a donc un *gain* réel et cela rend le jeu plein d'attrait. Ainsi, Borel et Lebesgue ont créé un jeu insigne, dont la fortune se lie à son aspect géométrique : celui de la mesure des ensembles, qui anime la théorie de l'intégrale, et en fait un instrument plus souple quand il s'agit d'évaluer la longueur d'un arc tel que soient bornés les périmètres polygonaux inscrits. Et l'on prouve avec Lebesgue l'existence de la tangente à un tel arc, sauf aux points d'un ensemble de mesure nulle. Théorème de haute généralité et d'un type logique spécial : car il limite la mise en défaut d'une propriété simple à un ensemble ponctuel très raréfié. Ce qui induit vers un rapprochement entre le jeu de la mesure et le jeu d'évaluation des probabilités. Bien noter que la richesse de la collection, un instant actualisée, des courbes de longueur bornée permet d'établir un tel énoncé, et que par contre, une impossibilité de principe se présente à justifier la propriété de mesure nulle dans le cas suivant :

Sur une circonférence C, tenant pour *équivalents* deux points découpant un arc commensurable avec C, si l'on range les points de C en classes d'équivalence, on fait *l'étude d'un ensemble* Q ayant un point et un seul dans chacune de ces classes.

La recherche vise, dans les deux cas, à tirer la même conclusion de deux systèmes d'hypothèses bien différents. L'échec essuyé dans le second provient de la rencontre d'une incompatibilité avec l'additivité de la mesure pour une infinité d'ensembles, deux à deux sans point commun. Ayant noté *ce contraste*, il y a lieu de chercher à l'expliquer. Pour ma part, sans beaucoup m'écarter de M. Emile Borel, je dirais :

Entre courbes très diverses de longueur bornée, on en peut construire *ad libitum*, et l'absence de tangente sur un ensemble, de mesure nulle au plus, vaudra pour chacun de ces *exemples construits*. Au contraire, les ensembles Q du second cas peuvent être *conçus, non construits*. L'économie de la Mathématique comporte donc une opposition entre *le conçu* et *le construit*, ce qui plaide en faveur de l'épistémologie *problèmes - synthèse globale* de mes notes à l'Académie des Sciences (1947), présentée plus en détail au ch. I du *Déclin des absolus mathématico-logiques* (1949).

En prolongeant l'examen qui vient d'être amorcé au sujet de l'intégration, on rencontrerait, au-delà des travaux de Lebesgue, les *totalisations* de M. Arnaud Denjoy, par lesquelles il a résolu le problème général de la *primitivation* et celui de la recherche opératoire des coefficients d'une série trigonométrique à partir de

la fonction génératrice (1). Elargissant la validité de ce jeu, M. W. J. Trjitzinsky l'étend maintenant à la plus simple des équations de la Physique mathématique, celle égalant le laplacien de la fonction inconnue à une fonction donnée, dans son mémoire :

Les problèmes de totalisation
se rattachant aux laplaciens non sommables (2)

Cet exposé prolonge celui de son Auteur, aux *Annali di Matematica*, t. 31, 1950. Les idées de M. L. Schwartz, qui sont à la base de sa *théorie des distributions*, semblent devoir appeler des recherches distinctes, mais d'esprit voisin.

⁂

Dans ce qui précède, l'*aspiration au réalisme* n'a jamais fléchi. C'est faire une mathématique réaliste que d'y intégrer le construit. Or cette tendance va s'affirmer avec plus de force dans ces dernières pages, consacrées à trois ouvrages fondamentaux et qui s'adaptent au mieux à l'étude du thème B.

Voici d'abord la

Géométrie générale, de M. Karl Menger (3)

synthèse dont la brièveté n'exclut pas l'ampleur. La portée d'une telle œuvre est d'ailleurs facile à situer en fonction de l'Histoire, si l'on songe à la route qui restait à parcourir, entre le stade cartésien du recours aux ordonnées et celui où s'est affirmée la pluralité de ces systèmes hypothético-déductifs dont chacun est *une géométrie*, vouée à *l'étude d'un espace :* mot d'abord imprécis, en n'évoquant guère qu'une variante, souvent un peu accidentelle, du système euclidien, sans trop savoir ce qu'ainsi, on pouvait atteindre. C'est Menger, qui de l'idée de distance, exploitée déjà par Fréchet dans sa thèse (1907), tire le jeu de ces variantes par une règle l'amenant ici, vu son large champ d'efficacité, à se poser cette question :

« Les classes générales de Fréchet ne sont-elles pas hors du royaume des objets spatiaux ordinaires, ce royaume qui commença par n'être dans l'Antiquité qu'une petite province ne comprenant que quelques objets simples, qui fut agrandi grâce aux méthodes

(1) *Leç. sur le calc. des coeff. des séries trig.* — Gauth.-Villars, 1941-49.

(2) Fasc. CXXV du Mémorial des Sc. Math., 92 p., 16 × 25. Gauth.-Villars, Paris, 1954 (1.400 f.).

(3) Fasc. CXXIV, ibid., 80 p., 1954 (1.000 f.).

de la géométrie analytique, et qui fut étendu à ses plus lointaines frontières quand G. Cantor y fit entrer tous les sous-ensembles d'un E_n ? »

L'Auteur y répond au mieux en s'appuyant sur le besoin de définir, pour la classe des *espaces métriques* (= ensemble se laissant distancier en respectant l'inégalité du triangle), le concept de la *dimension*, ce qui se fait dans une voie où Poincaré posa le premier jalon et qui mène au but pour un espace issu d'une base dénombrable dense partout sur lui. On retrouve ici la séduction d'un lot restreint d'hypothèses, et loin d'être banales, les conclusions excellent à situer et à résoudre des questions d'Analyse et de Géométrie très classiques, entre autres, dans *le calcul des variations*. En définitive, on voit comment l'Auteur satisfait son aspiration à un réalisme élevé, en se libérant cependant de contingences nombreuses (entre autres, celle d'un recours aux coordonnées). Il n'y a pas lieu d'insister sur les détails de l'exposé, dont la limpidité suscitera d'emblée une ardeur de lecture inaccoutumée (1). J'ajoute seulement que le dernier chapitre esquisse une *géométrie métrique aléatoire*, dont un regretté collaborateur de la R G S, l'ingénieur en chef des Ponts, Gustave Guillaumin, aurait ici donné les grandes lignes (2).

*
**

A propos de cette forme, très subtile, d'intégrale que M. Arnaud Denjoy a créée sous le nom de *totale* d'une fonction, il y a lieu maintenant d'envisager les *processus transfinis*, requis dans cette performance opératoire, dite *totalisation*. En effet, elle implique une suite d'opérations s'échelonnant dans un ordre assigné. Or, on ne saurait fixer cet ordre sans user de démarches, que l'épithète *transfini* fait souvent redouter et ainsi, regarder comme peu propices à fournir la base immuable d'une synthèse de grande ampleur. Dans un cas aussi désespéré, va-t-on voir le réalisme reparaître ? alors qu'il semble banni, au moins dans certains textes destinés à traiter de questions beaucoup plus simples ! Ce prodige peut cependant s'accomplir comme le montre le récent livre de M. Arnaud Denjoy.

L'énumération transfinie (3)

(1) Voir dans le fasc. I de la nouvelle collection C D U, *Les Etudes pratiques l'accès à la recherche* (série des *actualités géométriques*) ce que la géométrie différentielle classique peut attendre le la géométrie des distances.

(2) R G S, t. LIX, 1951, p. 198 à 205.

(3) Paru en cinq fascicules 16 × 25 :
La notion de rang, 1946, XXVII, 206 p. ; prix : 960 f.
L'arithmétisation du transfini (permutations spéciales), 1952, 228 p. ; prix : 2.350 f.

On ne doit pas oublier, qu'apparu avec G. Cantor en fin du XIX^e siècle, ce genre d'études n'a vraiment progressé qu'en participant, depuis les travaux de Baire, à la résolution de problèmes sur la théorie des fonctions. Un riche matériel d'exemples était donc ici nécessaire en vue d'apaiser les scrupules. D'où la mise en œuvre de développements importants.

Et pourtant, on va voir la simplicité du principe sur lequel on peut désormais baser une telle recherche :

Quand des nombres, des fonctions, énumérés avec les rangs 1, 2, ..., n, ..., forment une suite convergente, substituer à celle-ci sa limite implique l'idée du *premier ordinal transfini*. Renouveler sur des éléments apparus de la sorte le même passage à la limite, c'est engendrer de proche en proche tout le *transfini du dénombrable*, constitué par les nombres de la classe II : d'où leur lien objectif avec l'Analyse classique. En particulier, émergent des connexions entre les ordinaux transfinis et les nombres réels.

A un ensemble énuméré E, soit conférée une quelconque de ses ordinations, par l'entremise d'une permutation de la suite infinie 1, 2, ..., n, ..., notée en bref (N). Supposons écrit sous la forme

$$\frac{a_2}{2!} + \frac{a_3}{3!} + \ldots\ldots + \frac{a_n}{n!} + \ldots\ldots \quad (\text{avec } 0 \leqslant a_n \leqslant n - 1)$$

le développement népérien d'un *réel* r entre 0 et 1 ; développement unique pour r irrationnel, double au cas contraire. Cela posé, A. Denjoy établit *un jeu* associant à chaque r une permutation P de la suite (N) : cela, en fixant le sens de l'inégalité affectant les rangs assignés dans P à deux termes distincts n et p quelconques. Soit e_{n-1} l'arrangement des entiers 1, 2, ..., n — 1 ordonnés comme dans P. On construit P d'une manière récurrente qui situe chaque n par rapport à e_{n-1}. Or, chose notoire, la place que prend ici n se laisse fixer par une convention adéquate, formulée à partir de la valeur a_n. Cela pouvant se réaliser de plusieurs manières, deux choix sont indiqués p. 153, 154, dont le deuxième est plus fécond. L'aisance qu'on éprouve, face au continu des réels, se transmet ainsi à l'ensemble des permutations P ou encore des ordinations de E, capables aussi de certaines représentations géométriques. A ce tournant, noter le rôle spécial des permutations P *bien ordonnées*, dont l'image arithmétique acquiert des caractères insignes.

Cette base de départ tangible écarte la velléité de mêler à la théorie les difficultés logiques soulevées à propos de l'*axiome de choix*, des *ordinaux de la classe III*..., choses étrangères aux besoins de la totalisation. Finalement, même fermeté de terrain que dans les théories classiques, issues des travaux de Cauchy et de Dedekind. Ayant assigné à chaque ordinal de la classe II un rôle de

---

L'arithmétisation de l'infini (suites canoniques), 1952, 175 p. ; prix : 2.400 f.
Etudes complémentaires sur l'ordination, 1954, 165 p. ; prix : 2.400 f.
Notes sur les sujets controversés, 1954, 200 p. : prix : 3.200 f. Gauthier-Villars.

sélecteur, fixant un nombre réel remarquable, il devient naturel de traiter, comme le fait l'Auteur, en une étude très systématique (fasc. 2 et 3), de l'*Arithmétisation du transfini*.

Le fasc. 4, par un examen profond des attributs convenant aux ensembles finis, éclaire le nombre cardinal, indépendant de l'ordre, indépendamment du point de vue de M. Tarski. Prolongeant ensuite ses études comparées du fasc. 1 sur le *rang* et le *type d'ordre*, l'Auteur traite tour à tour de l'insertion d'un nouvel élément dans un ensemble ordonné, des ensembles rangés, du problème de Souslin ; il analyse les recherches récentes sur les puissances.

⁂

J'en arrive au fascicule 5, qui ne manquera pas d'atteindre, à côté des mathématiciens avertis, beaucoup de penseurs s'intéressants aux sciences déductives. Car l'Auteur fait ici le point sur l'ensemble des tendances actuelles dans ce domaine. Au-delà de ce qui est familier à notre esprit, *nombres entiers* et *fractionnaires*, s'offrant comme d'absolues réalités, *continu arithmétique*, *premières étapes du transfini*, conquêtes déjà plus audacieuses, jusqu'où le développement logique de concepts abstraits se poursuit-il sans que tout contact avec le réel s'évanouisse ? A cette question, dit l'Auteur, des jugements intuitifs répondent seuls ; selon les avis, telle spéculation sera, ou de la vraie pensée mathématique, ou seulement, de son simulacre.

« Les nouvelles écoles abolissent cette difficulté. Il n'y a plus de réel, tout est fiction. Entre des idées symbolisées, abstractions pures, certains rapports logiques sont posés comme arbitrairement, mais ces axiomes reproduisent des liaisons existant entre ce que nous avons nommé des *réalités*. Sans la gêne d'aucun scrupule, les déductions sont appliquées à ces existences nominales. On aboutit finalement à des lois formellement identiques à celles dont on avait découvert la validité dans le réel. La question est retournée. Initialement, au départ du réel, on abandonnait tout ce qui, malgré une justification logique incontestable, paraissait simple jeu de verbalisme. Maintenant, la certitude est passée de ce dernier côté et le doute porte sur la légitimité du réel... Mais pour échapper à la stérilité des résultats, il reste à prouver que le concret réalise les hypothèses dont le système compose toute l'existence de la fiction... »

Les recherches récentes sur les fonctions se subdivisent d'abord en parties très classiques, mises à contribution par l'ingénieur, puis en chapitres solides bien que jusqu'ici non exploités, et en tenta-

tives englobant les énoncés douteux et controversés. Cette dernière zone appelle révision des concepts les plus fondamentaux : « Qu'est-ce que définir ? Une existence définie ne peut-elle pas être purement nominale et nullement réelle ? A quelles conditions une définition doit-elle satisfaire pour être effective et valable ? Une collection ne peut-elle pas avoir une existence distincte, sans qu'il soit possible de désigner dans cet ensemble, un seul élément discerné d'entre le autres ? »

Voilà les principaux soucis de réalisme en face desquels nous place A. Denjoy, pour montrer *a posteriori* que les fascicules 1 à 4, apportent une réalisation positive à l'abri de toute critique. La théorie du transfini, ainsi conçue, ne se réduit pas à un jeu pur et simple. Elle répond bien à une idée de l'Auteur, celle de l'*innéité* propre à ce genre de notions.

En somme, « les abstractions de l'Analyse mathématique se superposent en étages dont chacun sert d'assise directe à un ou plusieurs autres, indépendants entre eux. Sur le nombre entier, repose le nombre rationnel, sur le rationnel, l'irrationnel, le continu linéaire, puis spatial ; sur celui-ci, la fonction et l'ensemble cartésien, numérique ou géométrique ; sur ceux-ci l'Analyse générale et la Topologie. Et chacune de ces espèces d'objets supporte également la multiplicité des espèces-opérations transformant ou combinant les éléments de celle-là... C'est par certaines de ces opérations empruntées à une espèce-objet qu'apparaît comme résultat l'élément quelconque de l'espèce-objet surpassant la précédente par un degré d'abstraction... Et toujours, en chacune de ces espèces, l'induction de la connaissance nous avertit du général par l'épreuve du particulier ».

Complétant ces remarques, l'Auteur fait en outre observer que les partisans du formalisme axiomatique combattent ce mode d'intervention de l'esprit, décrié sous le nom *d'appel à l'intuition*. Seules à leurs yeux, des transmutations de symboles commandées par des signes opérationnels, et dont quelques-unes, au départ, définissent les espèces abstraites qu'ils désignent, déroulent infailliblement « des conclusions s'imposant d'elles-mêmes au spectateur de ces métamorphoses figurées. Mais cette logique et ces propositions démontrées ont-elles un sens en dehors des cerveaux aptes à les entendre, et ceux-ci, avant de déclarer leur accord, n'ont-ils pas à fournir la contribution propre d'un travail d'intuition et de critique ? »

Ce travail est indispensable, comme le prouve le chapitre très subtil sur le thème : *ce qui peut être défini*. Et l'on montre ici que plusieurs conceptions sont possibles quant à la manière de définir. Et ainsi, à partir de chacune d'elles, s'éclairent les paradoxes classiques, notamment le *paradoxe de Richard*.

***

Un des points culminants d'une étude sur les théories vient de se révéler à la faveur d'épisodes de pure mathématique, en des zones au premier abord un peu distantes des soucis ordinaires, et en fait, très sensibles à l'influence des questions de principes. C'est la revanche d'un réalisme mûri, en face de prétentions formalistes

trop exclusives. A vrai dire, il n'est pas de conflit pour qui veut admettre que l'aspect réaliste et l'aspect formaliste sont, tour à tour, nécessaires. Le livre trop rapidement parcouru de A. Denjoy plaide au mieux en faveur du réalisme, élaboré dans un cadre où toutes déductions trouvent d'inébranlables assises. Nul ne conteste que, dans un exposé d'ensemble de la Mathématique, on risque de s'égarer sans le recours aux structures fondamentales et sans un contact ininterrompu avec la base axiomatique, contact qui est une sauvegarde. Mais, s'il est juste qu'un appareil formel procure un soutien, son emploi appelle un *contrôle de l'esprit*, portant à la fois sur le fonctionnement de l'appareil et son adaptation à telle recherche que l'on veut entreprendre. Et c'est à cette jonction qu'une double activité, formaliste et réaliste, s'impose.

Ce besoin se répète dans les récents travaux sur le *calcul des probabilités*. Ce champ de recherches où l'on a rencontré, comme au sujet des bases de l'Analyse mathématique, pas mal de *situations paradoxales*, n'a pas manqué de nécessiter un appel à une rigueur logique plus stricte. En particulier, a-t-on dû éviter de parler de *probabilité d'un événement*, en tant que valeur définie, alors que l'épreuve correspondante serait elle-même plus ou moins définie, faute par exemple d'avoir précisé la catégorie d'épreuves où l'on entend se placer. Cela posé, on sera dès le départ en face de deux choses bien distinctes :

a) une idée préconçue de la probabilité, qui l'assimile aux fréquences susceptibles d'être observées dans des phénomènes statistiquement stables ;

b) une exigence épistémologique portant à construire une axiomatique à partir de divers termes primitifs et définitions préalables, par exemple :

Evénement aléatoire, certain, impossible ; épreuve (ou : expérience aléatoire), incompatibilité mutuelle ; somme, différence d'ensembles d'événements, ensembles exhaustifs, systèmes de constituants associés à une épreuve (= ensemble d'événements mutuellement incompatibles et dont la somme est certaine) ; événements définis par ce système et loi de probabilité afférente.

Parmi les axiomes appelés à intervenir, citons ceux des *probabilités totales* et des *probabilités composées*. A la faveur de ce matériel de prémisses, on rejoint l'Analyse mathématique et ayant appelé *variable aléatoire* un nombre réel X déterminé par une épreuve (eu égard au système S), on est amené à distinguer les cas X continu, X discontinu, puis à juxtaposer à la loi de probabilité, la *fonction* de répartition correspondante. On entrevoit le départ de la théorie sous forme abstraite et son aptitude à rejoindre, par l'addition des variables aléatoires et les lois asymptotiques affé-

rentes, divers objectifs connus : lois des grands nombres, des erreurs de mesure, etc... L'effort théorique, amenant à un stade où le formalisme aurait prise, est en fin de compte justifié, car il ramène à l'idée de départ, celle des fréquences. Les mots employés le sont d'ailleurs à propos : avec une *loi de probabilité*, par exemple, va de pair une *répartition de masses*, qu'individualise une *fonction de répartition* ; et dans cet esprit, on parlera souvent de *densité de probabilité*. L'idée même de *variable aléatoire* incite à considérer des systèmes de n valeurs aléatoires sous les noms *points* (ou vecteurs) *aléatoires* dans un espace à n dimensions, ce qui rejoint pour $n \leq 3$ des réalités concrètes. Ainsi, non seulement la théorie des probabilités est affaire d'analyse mathématique, mais cette dernière vient lui transmettre ses notions et ses problèmes qui sont brusquement métamorphosés, amplifiés ! Par exemple, apparaissent ces thèmes :

Etude des éléments limites d'une *suite de nombres ou de points aléatoires*.

Etude de *fonctions aléatoires*, définies soit à partir de suites formées de nombres aléatoires, résultats d'épreuves pouvant se dérouler d'une façon continue au cours du temps ; soit à partir d'un ensemble donné de fonctions, sur lequel un choix s'exerce à chaque épreuve,

D'où une marche ascendante vers des notions très naturelles : on assimilera par exemple la trajectoire d'un petit insecte à une *courbe aléatoire*, le pourtour d'une roche à une *surface aléatoire*.

Et toute l'Analyse ordinaire, grâce à l'union du réalisme et de la perfection formelle de ces conceptions, va s'épanouir d'une manière imprévue !

*
**

Une grande tâche collective s'est donc imposée depuis une vingtaine d'années ; la réalisation s'en précisait, à travers deux ouvrages récents de MM. Maurice Fréchet (1) et Paul Lévy (2). Elle est maintenant parvenue à un stade avancé comme en témoigne une

Théorie des Fonctions aléatoires (3)

(1) Généralités sur les probabilités ; éléments aléatoires (tome I, fasc. III du Traité de Calc. des prob. d'Emile Borel, 2e éd., 1950, la 1re, en 1935).

(2) Processus stochastiques et mouvement brownien, 1948.

(3) Un vol. préfacé par Georges Darmois, 694 p., 111 fig., 5 tab. (17 × 25). Broché 6.000 f. Cartonné toile 6.500 f. — Masson, 1953.

écrite en collaboration par un analyste, M. R. Fortet, et par un physicien, M. A. Blanc-Lapierre, animés du désir que la théorie soit tout près de l'utilisation.

En hydrodynamique, l'étude de la *turbulence* a été un chantier de prédilection pour cette théorie, et dans une première prise de contact, un coup d'œil au début du ch. XIV (par M. Kampé de Fériet), fera mesurer d'emblée l'apport de ce secteur, où contrairement à la théorie ordinaire résultant des équations de Navier-Stokes, l'étude expérimentale des mouvements de l'eau dans un tuyau, met en évidence, à côté du régime régulier (ou laminaire), un régime caractérisé par une extrême complexité des fluctuations de la vitesse (régime turbulent).

L'exemple de l'agitation turbulente d'un liquide situe au mieux ces phénomènes fuyants et insaisissables appelés au rôle central dans l'ensemble de l'ouvrage qui se donne comme but concret l'étude des *phénomènes de fluctuation*. Le point de vue physique s'attachera donc, pour opérer méthodiquement, à trouver avant tout les exemples les plus simples et les plus typiques de systèmes dont l'évolution est marquée d'un caractère aléatoire, ou encore, se déroule suivant un *processus stochastique*, aux aspects indéterministes, qui comportent l'instabilité dans le temps et la non-reproductibilité des mêmes résultats. On s'efforcera de cerner ici la réalité en déterminant diverses valeurs moyennes. On rejoint alors la voie mathématique, et l'on voit paraître à ce titre la distinction entre cas linéaires et cas non-linéaires, celle de processus stationnaires, etc....

D'où une alternance naturelle : certaines divisions du texte seront à tendance théorique, entre autres celles qui concernent les processus de Markoff, apparus dans le problème des probabilités en chaîne, ou bien encore l'analyse harmonique des fonctions aléatoires, sujet qui fait appel aux espaces abstraits et à divers chapitres récents de théorie des fonctions ; d'autres divisions rechercheront plutôt le côté concret des choses, à l'exemple de l'étude des fonctions aléatoires déduites des distributions que régit la loi de Poisson. Les efforts mathématiques demandés au lecteur sont efficacement soutenus par un ultime chapitre de compléments portant en particulier sur les ensembles, la topologie, la théorie des groupes et l'étude de quelques types d'espaces.

On voit clairement le souci essentiel des Auteurs. Ils ne laissent dans l'ombre, dit M. Georges Darmois dans la Préface, aucune des difficultés particulières que présente l'application du calcul des probabilités aux fonctions aléatoires, et font « l'étude

complète jusqu'aux valeurs numériques des problèmes les plus importants de la physique où se trouve, par ces notions, introduite une révolution de la pensée ! »

***

On voit la variété des résultats rencontrés en cherchant la part du réalisme, à divers niveaux, dans les théories et scrutant la galerie des modèles disponibles, dont les pages qui précèdent n'ont fait qu'une exploration très partielle. Il eût fallu, pour être moins lacunaire, revenir, contournant le pôle du désordonné, au démon de Maxwell et aux équipes de singes dactylographes contournant le pôle des structures géométriques, à divers schèmes, dont ceux de nature projective (Cayley) et de nature anallagmatique (Poincaré) de la géométrie hyperbolique (Bolyai, Lobatchefsky) ; puis faire encore beaucoup d'emprunts au matériel des figures, normales ou affectées de caractères singuliers. Malgré tout, se sont dessinées des perspectives assez nombreuses pour persuader, qui veut réfléchir, de la richesse des situations pouvant se rencontrer, si l'on sait observer, si l'on sait s'interroger. Qu'il s'agisse de propriétés des nombres, de structures nouvelles en algèbre ou en topologie, qu'on cherche à jeter des ponts entre la physique et les théories déductives ou qu'on s'aventure dans le transfini, on va toujours à la rencontre de choses qui seront appelées à se transmettre dans la mesure où elles correspondent à une part de réalité, c'est-à-dire où elles réunissent objectivement un ou plusieurs éléments, *tangibles*, à un ou plusieurs autres : on entend ici le mot tangible au *sens usuel* ou dans un *sens intellectuel* qui s'apprécie à la longue. Et la réussite de tels efforts est, à coup sûr, l'une des joies les plus grandes.

G. BOULIGAND.

Théorie ellipsoïdale et Relativité

par H. VARCOLLIER

Usant de son droit de réponse, M. H. Varcollier nous a demandé l'insertion du texte ci-dessous que nous publions in-extenso : (*Note de la Rédaction.*)

La *Revue Générale des Sciences* a publié, dans son numéro (5-6) de 1953, sous le titre « Propagation Ellipsoïdale *ou* Relativité », un article de M. le Général A. Metz, relatif aux interprétations que j'ai données, avec d'autres auteurs, des Théories d'Einstein.

Le titre, très légèrement corrigé, que j'adopte dans ma présente réponse, suffit à montrer le caractère principal de ces interprétations : la Théorie ellipsoïdale n'est pas contraire à la Théorie de la Relativité, du moins quand on comprend cette dernière, non plus comme modifiant les notions premières du repérage spatio-temporel, mais comme utilisant, en quelque sorte géométriquement, la procédure des transformations ponctuelles et les propriétés des expressions tensorielles.

Le fait de substituer, à la Transformation de Lorentz, une Transformation plus simple (la Transformation de Galilée symétrisée), et de créer ainsi une propagation ellipsoïdale dotée de propriétés physiques incontestables, est, peut-être, de notre point de vue, moins essentiel que ce qui précède ; car cette procédure « géométrique » atteint directement la solution de la plupart des problèmes de relativité. Puis-je me permettre de dire que, même avec des interlocuteurs qualifiés, j'ai vu certains de ces problèmes rester en suspens après le stade des discussions de principe ?...

Les lecteurs que cette question intéresse, et qui voudront se rendre compte par eux-mêmes de la Théorie ellipsoïdale (sans cependant affronter le volume que je lui ai consacré), pourront se référer aux travaux suivants, que j'ai publiés récemment :

Archives des Sciences de Genève. Volume 2, fascicule 1, de 1949, page 99, et fascicule 2, 1949, page 237. La Théorie de la propagation ellipsoïdale et ses possibilités. Relativité. Quanta. Gravitation.

Volume 2, fascicule 1, de 1949, page 57. Observations sur un travail de M. SIVADJIAN : La Constance de la Vitesse de la Lumière. (Le cas de la réflexion d'une onde ellipsoïdale est traité « in fine ».)

Volume 2, fascicule 3, 1949, page 483. Fondements de l'explication électromagnétique de la Gravitation Universelle.

J'ajouterai, — en ce qui concerne la Transformation de Lorentz, sa forme générale, sa forme spéciale de rotation à 4 dimensions, la composition paramétrique de deux transformations, — une étude qui fait partie des publications de l'Ecole Nationale Supérieure du Génie Maritime :

Ecole N. Sup. du G. M. Publication 2.470 de mars 1952 : Le sens géométrique du Calcul Matriciel. Application aux Rotations.

On y trouvera en particulier une forme simple des Rotations à N dimensions, en fonction d'une matrice antisymétrique, et une application de cette forme fournissant une expression inédite de la Transformation de Lorentz, en coordonnées non spécialisées.

H. Varcollier.

Un dernier mot de M. André METZ

La réponse de M. Varcollier tend à rapprocher de la Relativité la théorie « ellipsoïdale ». Il y a cependant entre les deux, comme je l'ai montré dans l'article en cause (p. 153), une différence qui est du second ordre en v/c (tout comme la différence entre la Relativité et la théorie classique de l'éther).

On ne peut donc la mettre en évidence que par des expériences du second ordre. Or celles réalisées jusqu'ici font intervenir des miroirs ou des instruments d'optique où ont lieu des réflexions ou des réfractions. Telles sont : les expériences sur l'effet Doppler transversal, qui ne s'explique dans la théorie ellipsoïdale qu'en admettant la conservation de la vitesse des rayons réfléchis ou réfractés, quels que soient leurs changements de direction, et l'expérience de Michelson qui ne s'explique, dans ladite théorie, qu'en admettant le contraire.

La théorie de la Relativité explique directement ces expériences sans avoir recours à des hypothèses auxiliaires.

Donc, même en dehors de toute discussion des « interprétations » de cette théorie par M. Varcollier — les physiciens relativistes regardent les modifications des notions de temps et d'espace comme tout à fait essentielles — il est permis d'affirmer que l'expérience tranche le débat.

André Metz.

Quelques aspects cristallographiques de la Physique moderne

par H. CURIEN

Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Paris

« Les cristallographes sont devenus parmi les physiciens, des gens très importants. » C'est du moins ce qu'affirmait W. L. Bragg en ouvrant le deuxième Congrès international de cristallographie à Stockholm en 1951. La part toujours croissante de la cristallographie dans l'enseignement et la recherche en physique, l'intérêt des industriels, du fabricant de produits chimiques ou constructeur de matériel radioélectrique, pour cette science, sont d'ailleurs de sûrs garants de l'utilité et de la valeur de la cristallographie.

La cristallographie, comme la plupart des sciences, a commencé par le stade descriptif. Grâce à quelques hommes de génie, parmi lesquels beaucoup de Français, comme Romé de l'Isle (1), Haüy (2) et Bravais (3), l'étude de la morphologie a conduit à des vues précises sur l'*anatomie* du cristal. Au XIX^{e} siècle, la cristallographie, intimement liée à la minéralogie, comme elle le restera d'ailleurs nécessairement, devient aussi une science de géomètre : Schœnflies (4) et Fedorov (5) sont des *mathématiciens*. Ils proposent pour la matière cristalline toute une architecture d'éléments de symétrie qui reste à la base des travaux actuels sur la structure des corps solides.

Les connaissances sur la morphologie et l'anatomie du cristal ainsi acquises, permettent alors aux savants de s'intéresser à la *physiologie* de la matière cristalline : c'est à cette époque qu'est née vraiment la *physique du cristal :* un des premiers traités de Physique cristalline est celui de Voigt (6), paru au début de ce siècle. L'auteur, pour rendre compte des propriétés physiques de la matière cristallisée crée la notion de « tenseurs » qui est devenue un des instruments les plus précieux de la physique mathématique moderne. Ce traité de Physique cristalline de Voigt est d'ailleurs encore beaucoup plus un livre de mathématiques qu'un livre de physique, dans la forme et dans l'esprit. La bombe qui devait transformer la cristallographie et lui donner à la fois sa voie et son élan n'éclate qu'en même temps, ou presque, que les obus de

la grande guerre. La découverte de la diffraction des Rayons X par les cristaux et leur application à la détermination de la structure de la matière font alors définitivement des cristallographes des gens utiles. Ses méthodes de détermination des structures cristallines n'ont cessé depuis de s'enrichir. Les techniques mathématiques ont évolué. L'apparition de machines à calculer de plus en plus perfectionnées et de plus en plus rapides a permis de s'attaquer à des structures toujours plus complexes. Enfin l'utilisation de la diffraction des électrons, dont on s'efforce actuellement de faire une méthode quantitative et de la diffraction des neutrons qui permet de voir les atomes légers et de préciser les structures magnétiques, est venu compléter l'arsenal du « chasseur de structures ». Grâce à tous les résultats ainsi acquis, la physique des solides a pu s'engager dans de nouvelles voies et notamment chercher pour des phénomènes qui se manifestent à l'échelle macroscopique des explications à l'échelle de la maille et des atomes constituants. Il serait vain de prétendre exposer, ou même citer tous les aspects modernes de la physique des corps solides en si peu de lignes et je m'excuse à l'avance de l'arbitraire de mon choix.

L'état solide existe parce que les atomes engagés dans les cristaux exercent les uns sur les autres des interactions, qui assurent la cohésion. La connaissance parfaite de ces actions mutuelles, c'est-à-dire du champ de force qui règne dans le cristal, permettrait de résoudre de nombreux problèmes (7). Problèmes de statique : nature, force des liaisons. Problèmes de dynamique : élasticité et d'une façon générale thermodynamique des corps solides. Malheureusement les calculs théoriques directs faits à partir des seules données générales sur l'état cristallin et sur les atomes sont difficiles et le plus souvent inextricables. Ces calculs doivent être faits en mécanique quantique indispensable notamment pour expliquer l'état métallique, ce qui ne simplifie pas les choses. Pour faire quelques pas vers la connaissance intime du champ cristallin, clé de très nombreuses propriétés des corps solides, il faut donc recourir largement à l'expérience. L'étude des propriétés élastiques des cristaux nous montre comment les forces internes de cohésion réagissent contre les efforts extérieurs appliqués. D'autre part les atomes engagés dans les cristaux ne restent pas immobiles : même au zéro absolu ces atomes sont sujets à une agitation. Les lois qui régissent cette agitation thermique des atomes se déduisent simplement du champ de force inconnu qu'il s'agit d'étudier. Si donc on connaît le mouvement des atomes on pourra remonter au champ de force. Envoyons par exemple, sur un cristal, un faisceau de Rayons X. Ces photons pénètrent dans le réseau cristallin. Ils échangent avec les atomes en mouvement spontané énergie et quan-

tité de mouvement, et une analyse fine des photons émergents nous donne des renseignements directs, quantitatifs et nombreux sur les mouvements atomiques, donc sur le champ cristallin. Connaissant ce champ cristallin, il est bien facile alors de calculer la chaleur spécifique qui est le reflet direct de la variation de l'agitation thermique avec la température, la résistivité électrique qui résulte des chocs des électrons avec les atomes en agitation thermique, l'élasticité qui résulte de la réaction du champ cristallin aux actions mécaniques extérieures. Tous ces calculs donnent des nombres qu'on peut comparer aux résultats de mesures simples et directes d'élasticité, de résistivité électrique, de chaleur spécifique. L'accord entre valeurs calculées et valeurs observées est à la fois rassurant et encourageant.

En dehors de l'étude par la diffusion des Rayons X, bien d'autres méthodes expérimentales sont utilisées pour l'étude du champ cristallin : l'étude de l'effet Raman dans les cristaux est notamment une source féconde d'information : ici les photons dont on étudie l'interaction avec le milieu cristallin ne sont plus des rayons X, mais des rayons lumineux. Le principe d'interprétation est le même, mais la longueur d'onde étant passée de l'Angström au micron, ce sont de nouveaux renseignements qu'on obtient. De même pour le rayonnement infra-rouge. Enfin au lieu d'utiliser des ondes lumineuses on peut étudier l'interaction cristaux-ondes électromagnétiques centimétriques et c'est le principe des expériences de résonance électromagnétique. Les ondes électromagnétiques réagissent sur les spins électroniques, les spins nucléaires ou les moments quadrupolaires nucléaires. Bien que ces expériences semblent jusqu'ici avoir été surtout utilisées pour l'étude de l'atome ou du noyau, elles peuvent fournir et ont déjà fourni de précieux renseignements sur le champ cristallin et les liaisons dans les cristaux.

Dans toutes ces études, le cristal est supposé parfait et on le considère comme un milieu rigoureusement périodique. Ceci n'est qu'une approximation : aucun cristal réel n'est rigoureusement parfait : l'existence de faces et des limites extérieures n'est-elle pas une première entorse inéluctable à la parfaite périodicité ? L'étude des imperfections cristallines (8) est devenue une des branches les plus actives de la physique des solides. Et mieux on connaît ces imperfections, plus on se convainc qu'elles sont un des attributs fondamentaux des cristaux qui s'attache à eux comme une sorte de péché originel, mais aussi leur donne la possibilité de croître et conditionne un grand nombre de leurs propriétés. Ces défauts peuvent être groupés en types : électrons libres et trous, excitons, sites réticulaires vacants et atomes interstitiels, atomes étrangers en insertion ou en substitution, dislocations. Et l'agitation ther-

mique elle-même, qui rompt la périodicité, ne doit-elle pas être considérée comme une imperfection cristalline, dès l'instant qu'on admet qu'aucun cristal ne saurait être parfait et que leurs imperfections font partie de leur nature même. Ce sont ces imperfections qui permettent d'expliquer par exemple les centres colorés (centres F) des halogénures alcalins par la liaison d'un électron à une vacance réticulaire négative. Les atomes étrangers en insertions ou en substitutions conditionnent des propriétés extrêmement sensibles aux impuretés comme la phosphorescence. Les propriétés, si fécondes en application, des semi-conducteurs, comme le germanium et le silicium, relèvent directement de cette physique des défauts cristallins, prise dans son sens large. De même la théorie de la plaque photographique. L'étude des dislocations semble avoir jeté un jour nouveau dans deux domaines bien différents : celui des propriétés plastiques et mécaniques des métaux et celui de la croissance des cristaux. Un cristal imparfait a une aptitude à croître beaucoup plus grande qu'un cristal parfait. La logique y trouve son compte : la perfection est une fin et non un devenir.

L'étude de l'état métamicte, c'est-à-dire de l'état cristallin désorganisé par une irradiation de particules intense ou de très longue durée, est aussi un domaine intéressant : c'est une des méthodes utilisées pour évaluer l'âge des minéraux contenant des substances radioactives. Enfin l'étude des transformations ordre-désordre dans les alliages et des variations de propriétés physiques qui les accompagnent sont pour les physiciens-métallurgistes un champ de recherches fécond en études théoriques et conclusions pratiques.

Nous avons évoqué jusqu'ici l'état cristallin idéal, puis le cristal réel. Il nous reste à parler des monstres, de ces corps exceptionnels dont la découverte et l'étude font progresser la science et surtout la technique par bonds. Telles sont par exemple ces substances que la littérature scientifique appelle indifféremment ferro-électriques, seignetto-électriques ou superpolarisables (9). Les propriétés du sel de Seignette, étudiées vers 1936, avaient déjà permis de réaliser de gros progrès dans les problèmes de conversion électro-mécanique de l'énergie, mais l'utilisation depuis la dernière guerre des céramiques de titanate de Baryum semble avoir de nouveau révolutionné cette branche de la technique. Quelles sont les conditions pour qu'un corps soit ferro-électrique, c'est-à-dire présente, transposées dans le domaine de l'électricité, des propriétés aussi exceptionnelles que les substances ferro-magnétiques : polarisation électrique spontanée, constante diélectrique énorme, phénomène d'hystérésis diélectrique et piézoélectrique. Ces conditions sont multiples, ce qui explique que leur rencontre est excep-

tionnelle et qu'il est très difficile de prédire si un corps de constitution et de structure donnée est ferro-électrique. Les corps ferro-électriques connus jusqu'à présent semblent se ranger en trois familles : celles du sel de Seignette, du phosphate monopotassique et du titanate de Baryum. Tous ces corps, dans le domaine de température où ils sont ferro-électriques, se présentent sous une phase cristalline moins symétrique mais très voisine de celle qui leur est propre en dehors de ce domaine de température. Le sel de Seignette orthorhombique devient très légèrement monoclinique entre — 20° C et + 25° C, le phosphate monopotassique, quadratique, devient légèrement orthorhombique en dessous de — 151° C, le titanate de Baryum cubique devient légèrement quadratique en dessous de 120° C. Dans tous ces cristaux des dipôles électriques (au sens large) s'orientent parallèlement à l'intérieur de domaines dont les dimensions peuvent aller jusqu'à 1 cm. La nature physique de ces dipôles est bien différente dans chacun des 3 types. Dans le titanate de Baryum, l'ion Ti semble avoir la possibilité de ballotter dans l'octaèdre formé par les atomes d'Oxygène qui l'entourent, le centre du tétraèdre n'étant pas la position d'équilibre. A température suffisamment haute l'agitation thermique est suffisante pour que l'ion Ti franchisse facilement la colline de potentiel située au centre de l'octaèdre : en moyenne, sa position reste centrale et le corps n'est pas ferro-électrique. Mais, en dessous de 120°, l'énergie thermique devient insuffisante, les ions Ti restent bloqués dans une position excentrée, d'où l'apparition de la polarisation électrique. L'explication des phénomènes dans le cas du phosphate monopotassique et du sel de Seignette est de même nature et fait intervenir des polarisations de liaisons hydrogène.

Nous avons dit quelques mots des corps ferro-électriques, nous aurions pu également parler des propriétés exceptionnelles des ferrites dont l'étude met en évidence deux espèces nouvelles de phénomènes magnétiques : l'antiferromagnétisme et le ferrimagnétisme qui ont fait en France l'objet de recherches tout à fait remarquables [voir l'ensemble des travaux de M. Néel (10)].

Mais il ne peut être question ici de faire une revue complète des corps et des phénomènes intéressants et je voudrais, pour finir, en guise de conclusion, citer, bien qu'il soit très particulier, un sujet de recherches tout récent qui a été abordé à Oxford, car il montre à quel point le concours de techniques multiples devient de plus en plus nécessaire et fructueux dans les recherches en physique. Il s'agit des expériences d'alignement par le champ cristallin anisotrope des noyaux des atomes engagés dans les cristaux. Si les noyaux ainsi alignés sont radioactifs, leur émission de particules

sera anisotrope, et c'est ainsi qu'on pourra détecter l'alignement : on utilise le Co^{60} et son émission γ. Mais cet alignement ne peut se faire qu'à très basse température : pour que les noyaux restent alignés, il faut que la capacité calorifique du cristal soit très basse. Il faut donc pouvoir refroidir le cristal par détente adiabatique, et pour cela, il faut qu'il contienne un ion paramagnétique, du Cu par exemple. Mais, il ne faut pas qu'il contienne trop de Cu, car il se produit alors des couplages entre ions qui nuiraient à l'alignement. C'est pourquoi le cristal doit aussi contenir des ions tels que le Zinc, qui diminuent la proportion de Cuivre. En résumé, il faut utiliser un sel qui donne de beaux cristaux et qui contiennent les ions Cu, Zn, Co, et qui soient très anisotropes. (Il existe de tels sels et les chimistes les appellent les sels de Tutton ; SO_4 (Zn, Co, Cu), SO_4Rb, 6 H_2O.) Et il faut disposer des techniques de la chimie pour préparer le sel, de la cristallographie pour faire croître les cristaux, du froid pour réaliser la température de 0,01° K de la physique nucléaire pour préparer le Co^{60} et mesurer l'émission γ.

Lorsque toutes ces techniques sont réunies, lorsque toutes ces équipes de chimistes, cristallographes, physiciens, disposant d'un matériel considérable, travaillent en parfait accord et en parfaite coordination, il devient alors possible d'aligner les spins nucléaires des noyaux engagés dans un cristal et de mesurer le moment nucléaire du Co^{60}. Et n'est-ce pas un juste retour des choses que les techniques qui doivent tant à la science pure, lui soient devenues aussi indispensables.

BIBLIOGRAPHIE

1. Romé de l'Isle (1736-1790). — Traité de Cristallographie (1783).
2. Bravais (A.) (1811-1863). — Etudes sur la Cristallographie (1851).
3. Hauy (R.-J.) (1743-1822). — Traité de Minéralogie, paru en 1801.
4. Schœnflies (A. M.) (1853-1926). — Krystallsysteme und Krystallstruktur, paru en 1891.
5. Fedorov (E.-S.) (1853-1919). — Symétries des systèmes réguliers de figures illimités. Bull. Soc. Imp. Min. Russe, 28 (1891), p. 11.
6. Voigt (W.). — Lehrbuch der Krystallphysik. (Leipzig, 1910.)
7. Born (M.). — Dynamik der Krystallgitter. (Leipzig, 1915.)
8. Shockley, Hollomon, Maurer, Seitz. — Imperfections in nearly perfect crystals. New-York, 1952.
9. Mason (W. P.). — Piezoelectric crystals. Bell Teleph. Lab., New-York, 1950.
10. Neel L., 1948, Ann. Phys. Paris, 3, 137.
11. Bleany B., Daniels J. M., Grace M. A., Halban H., Kurti N., Robinson F. N. H. (1952). Phys. Rev. U. S. A., 85, 688.

LA TRICOTYLIE EN TÉRATOLOGIE VÉGÉTALE

par Aimé G. PARROT.

Les plantes à fleurs ou Phanérogames, comportent deux types de végétaux. Ceux dont les graines sont visibles dans leur fruit : ce sont les *Gymnospermes* (Pin, Sapin, Cèdre..., etc.).

Ceux dont les graines sont cachées dans leur fruit : ce sont les *Angiospermes* (Chêne, Tulipe, Blé..., etc.).

Parmi ces dernières, on a l'habitude de distinguer les plantes dont les graines présentent à la germination deux lames foliacées : les *Cotylédons* ; ce sont les *Dicotylédones*. D'autres enfin ne présentent qu'une lame solitaire : ce sont les *Monocotylédones*.

Or, parmi les Dicotylédones, on trouve parfois des plantules anormales, munies de plus de deux cotylédons, ou au contraire d'un seul cotylédon ; ces dernières sont dites *pseudo-monocotylées*. Cependant certaines Ombellifères, par exemple : *Bunium*, *Conopodium*, présentent normalement, à la germination, un cotylédon unique opposé à la première feuille végétative.

Les plantes qui, au contraire, présentent plus de deux cotylédons, sont appelées *pluricotylées* ; parmi celles-ci on en trouve souvent qui ont trois cotylédons au lieu de deux. Une telle monstruosité est désignée sous le vocable de *tricotylie*.

*
**

La tricotylie est certainement l'une des anomalies les plus répandues dans les plantules des Angiospermes. Il suffit à cet égard d'examiner les listes fort longues consignées dans les ouvrages classiques de tératologie végétale, en particulier dans ceux de Moquin-Tandon (1) *, Masters (2), Penzig (3), Worsdall (4), et Vuillemin (5), qui est le dernier en date. Aussi n'est-il pas étonnant que de nombreux auteurs se soient attachés à expliquer l'apparition du troisième cotylédon dans ces plantules anormales. Il est impossible de les rappeler tous ici ; cependant on ne peut omettre les noms devenus classiques de De Candolle (6),

(*) Les nombres entre parenthèses renvoient à l'Index bibliographique.

De Vries (7), Junger (8), (9), (10), Molliard (11), Tronchet (12), (13), (14), (15), Bexon (16), (17) et Compton (18).

Cette anomalie, si commune, est sujette à des explications concurrentes qui ont été de nouveau soulevées par une note assez peu lointaine de Léandri (19). En effet, cet auteur envisage le problème sous un angle nouveau : celui de l'étude comparée des chromosomes au cours de la mitose dans le cas d'une plantule tricotylée de Haricot. A la suite de ce travail, il est bon de réexaminer la question sous toutes les incidences actuellement connues, pour essayer d'en tirer le maximum d'enseignement. Tel est le but que nous nous sommes bien modestement proposé.

La tricotylie est généralement expliquée de deux façons. Certains auteurs, depuis Moquin-Tandon (1), au moins, pensent qu'elle est le résultat de l'union plus ou moins intime de deux embryons de la même graine, cette union « s'étend quelquefois jusqu'aux cotylédons et ceux-ci deviennent alors cohérents à différents degrés » (loc. cit., p. 260). Ce phénomène désigné par l'auteur sous le nom de « *synophtie* » a été conservé par l'auteur de langue anglaise : M. T. Masters (2), puis par P. Vuillemin (5) qui lui supplée cependant les termes plus compréhensibles de « *polyembryonie* » et mieux encore de « *pléocotylie* ». Plus récemment, Tronchet (13) donnait à cette monstruosité le terme générique de « *polycotylie* » utilisé déjà par D. Bexon (16), vers 1920.

Aux termes de cette première mise au point, on doit ouvrir une parenthèse. Quand les trois cotylédons sont nettement séparés, on doit parler d'une « *tricotylie vraie* ». Mais il arrive assez souvent que deux lames cotylédonaires soient réunies sur une longueur plus ou moins grande. On parle alors d' « *hémitricotylie* », terminologie utilisée par D. Bexon, par exemple. Et si parfois, les trois lames sont plus ou moins rattachées entre elles on parle de « *trisyncotylie* ». A cet égard, nous verrons plus loin les restrictions qui doivent être apportées à ces termes.

***

La deuxième explication, apparemment plus simple, entrevue déjà par Moquin-Tandon dès 1841 (page 261), interprète cette anomalie par la division longitudinale plus ou moins prononcée d'une des lames cotylédonaires. C'est la « *scissure* » de Moquin-Tandon ; c'est la « *schizocotylie* » de Tronchet.

Enfin, cette division a été, en outre, considérée parfois comme un vestige de la nervation dichotomique considérée comme caractère ancestral. C'est ce que soutenait P. Bugnon (20) dans l'une de ses nombreuses études sur les anomalies cotylédonaires.

Telles sont les interprétations de la tricotylie. Du point de vue morphologique, il est bien évident que l'une ou l'autre des hypothèses est également facile à soutenir et à étayer. Dans le cas particulier de l'hémitricotylie, par exemple, il va de soit qu'on peut démontrer avec autant d'aisance qu'un des cotylédons d'une plantule normale s'est plus ou moins fendu en long au cours de son développement, ou que deux cotylédons voisins se sont plus ou moins intimement soudés.

Remarquons cependant que la *synophtie*, pour conserver le terme initial de cette explication, doit faire entrer en ligne de compte *l'avortement d'une des pièces cotylédonaires*, ou la soudure totale de deux cotylédons, ce qui ne fait que compliquer le problème en introduisant deux inconnues supplémentaires purement gratuites. D'ailleurs cette observation était déjà formulée par Moquin-Tandon lui-même, lorsqu'il écrivait que « la soudure est accompagnée d'avortement. Au lieu de quatre cotylédons, on n'en compte plus que trois. Peut-être aussi dans ces cas s'est-il formé une fusion entre deux cotylédons » (loc. cit., p. 260).

Mais il y a encore autre chose. Pour ma part, je crois qu'un facteur a été trop souvent passé sous silence. Il s'agit de la *taille respective des trois lames cotylédonaires*. Ayant étudié cette question depuis de longues années, j'ai été conduit à formuler l'observation suivante. Dans la quasi-totalité des cas de tricotylie que j'ai pu examiner, *deux des cotylédons ont presque toujours une taille identique*. En outre, *ils sont voisins et plus petits que le troisième*. Cette remarque est particulièrement nette dans les multiples plantules de Lierre que j'étudiais autrefois (28), ainsi que dans celles de Carotte qui ont fait l'objet de remarques antérieures (21), (25), (27). Je le notais encore récemment dans une plantule tricotylée de Tilleul.

Pour ces raisons, ne pourrait-on pas inférer que les deux cotylédons voisins, plus petits que le troisième, représentent des *demi-cotylédons* comme le supposait déjà Moquin-Tandon dès 1841 ? Il ne me paraît pas impossible de le penser en imaginant l'une des initiales cotylédonaires se divisant au début pour donner naissance à deux *cotylédons-nains*, voisins, en face du troisième demeuré normal, issu de l'initiale opposée habituelle. C'est d'ailleurs ce qui résulte de l'examen des nombreux cas intermédiaires que j'ai décrits autrefois chez le Lierre.

Ainsi, du simple point de vue de la morphologie externe, l'hypothèse de la bipartition longitudinale d'un des cotylédons, se trouve étayée d'une donnée nouvelle que ne peut expliquer aisément la théorie concurrente de la synophtie. Malheureusement, A. Tronchet pense que le phénomène de l'inégalité de dimensions des cotylédons n'est pas général et il a pu écrire : « il y a lieu d'indiquer que l'inégalité de largeur des cotylédons n'est pas un fait constant. Dans un grand nombre d'individus tricotylés examinés, la taille était sensiblement la même pour les trois membres cotylédonaires (loc. cit., p. 177).

⁂

Sous une autre incidence, la phyllotaxie des premières feuilles végétatives peut-elle être de quelque secours pour étayer l'une ou l'autre des hypothèses ? Nous ne le pensons pas.

Alors que dans les cas ordinaires les deux premières feuilles forment une paire alterne-distique dans le plan inter-cotylédonaire, elles seraient au nombre de trois dans les cas de tricotylie vraie avec tous les intermédiaires possibles rappelant ceux qu'on observe pour les lames cotylédonaires. Or, il est d'observation courante qu'on récolte autant de plantules tricotylées pourvues de deux feuilles normales, que d'autres avec trois feuilles verticilées. D'autre part, certaines plantules apparemment dicotylédones, peuvent présenter des feuilles en verticille terné. Ainsi il semble que la phyllotaxie du premier nœud foliaire n'offre que peu de valeur pour étayer l'une ou l'autre des hypothèses en présence. A mon sens, ce dernier caractère vient encore jeter le trouble sur la question au lieu de l'éclairer. C'est d'ailleurs l'opinion de Tronchet qui, à cet égard, souligne que « dans les plantules polycotyles, schizocotyles et syncotyles, on constate très fréquemment des irrégularités dans le nombre et la disposition des premières feuilles épicotylées. Le plus souvent ces perturbations phyllotaxiques intéressent surtout les premiers entre-nœuds, la disposition normale se rétablissant ensuite plus ou moins rapidement » (loc. cit., p. 145).

Or, voici quelques années, la notion de la phyllotaxie reprise sous un angle nouveau, était proposée pour la connaissance du nombre possible des cotylédons d'une plantule anormale. En effet, à la suite des délicates expériences de Cuénod (31) sur le Laurier-rose, dont la phyllotaxie peut être troublée par des traumatismes dirigés, G. Bouvrain (32) envisageait que « si les spirales folaires ont chacune un cotylédon pour origine » elles pourraient peut-être

« fournir une indication, voire même une méthode nouvelle quant à la détermination du nombre des cotylédons vrais dans les cas de multiplicité cotylédonaire » (loc. cit., p. 128).

Pour ma part il me paraît difficile d'adopter cette manière de voir. Quand on pense aux multiples variations de la phyllotaxie sur le même rameau de certaines plantes, soumises à des tailles régulières, par exemple, on doit être fort sceptique sur la valeur de cette idée nouvelle. Et pour ne citer qu'un cas particulier, que j'ai décrit autrefois (30), ce n'est pas parce qu'un rameau de Laurier-rose présente tout à coup des verticilles de quatre feuilles, que pour autant la plantule originelle était pourvue de quatre cotylédons ! Ainsi, de même que je le montrais plus haut, pour les premiers nœuds foliaires, la phyllotaxie générale ne semble pas être d'un grand secours pour la connaissance du nombre possible des cotylédons d'une plantule anormalement tricotylée.

⁂

Alors, c'est peut-être, en fin de compte, sur des preuves anatomiques qu'il faudrait essayer d'étayer l'une ou l'autre des hypothèses proposées, et singulièrement sur ce que l'on désigne sous le nom de « *connexions anatomiques* » entre les cotylédons et la racine primaire.

Pour cela il faudrait au préalable définir absolument ce que représente un cotylédon par rapport aux pôles ligneux de la stèle radicale primaire. C'est ce que je soutenais autrefois à propos de l'étude d'un cas de monocotylie anormale chez la Carotte (25). Je rappelais à ce sujet que la systématique dressée, par exemple, par les auteurs anglais Hill et De Fraine (33), (34) pour les cotylédons des Gymnospermes ne pouvait guère s'utiliser dans le cas des Angiospermes où se montre un polymorphisme étonnant dans les stèles radicales.

Malgré cette incertitude, Tronchet (15) affirme que ses « observations personnelles (l'ont) conduit à considérer cette distinction de trois catégories de cotylédons comme légitime » (loc. cit., p. 146). Il résoud alors le problème dans le cas précis du *Dimorphotheca pluvialis* Mœnch : « en cas de partition d'un cotylédon, la structure de la racine serait binaire ; au contraire, elle serait ternaire dans les cas de tricotylie », etc...

Cependant le même auteur ne peut plus utiliser cette explication dans quelques cas précis, étudiés avec grand soin, même en faisant intervenir la théorie de G. Chauveaud (35) : je veux dire la notion de *phyllorhize*. D'ailleurs, bien avant déjà, l'auteur de langue

anglaise Compton (16) montrait aussi l'extrême difficulté de l'interprétation des fameux cas intermédiaires qu'on peut aussi bien expliquer par l'une ou l'autre des hypothèses en présence.

Ainsi l'anatomie elle-même, pas plus que la morphologie comparée, semble-t-il, malgré ses allures de précision, peut prêter à de notables divergences. Comment alors élucider la question ? Pour ma part je crois que ces deux disciplines judicieusement combinées, doivent pouvoir nous faire entrevoir la vérité. C'est ce que je montrais autrefois à propos de l'interprétation difficile de la plantule de Carotte anormalement monocotylée dont j'ai parlé. C'est par l'étude comparée des relations anatomiques entre les cotylédons et les pôles ligneux de la racine primaire qu'on risque de s'approcher d'une résolution convenable du problème posé.

Je prends l'exemple de la Carotte (*Daucus carota* L.) que j'ai étudié un peu particulièrement. Je crois que personne actuellement ne peut mettre en doute la *bipolarité générale* de la stèle radicale chez cette espèce, sur les pôles ligneux de laquelle se raccordent, en superposition directe, les nervures médianes des deux cotylédons. Que peut-on tirer de cette évidente certitude ? (Fig. 1.)

***

Soit le cas d'une plantule pourvue d'un cotylédon normal opposé à un autre possédant deux nervures médianes, comme celui que j'ai figuré par ailleurs (fig. 2). Cet organe aberrant peut s'expliquer soit par l'union de deux cotylédons voisins d'une plantule tricotylée, par le phénomène de la syncotylie, soit par la division longitudinale d'un des deux cotylédons d'une plantule dicotylée par le phénomène de la schizocotylie. C'est donc au « raccord » entre cet organe litigieux et le pôle ligneux correspondant de la racine primaire qu'il faut avoir recours. Dans le cas particulier que j'ai choisi, l'hypocotyle présente bien trois pôles ligneux centripètes, comme si la plantule devait être tricotylée ; mais les deux pôles correspondant à l'organe anormal ne tardent pas à s'approcher l'un de l'autre, pour finalement se confondre en un seul, à l'extrémité de la racine, à l'opposé de celui qui correspond au cotylédon normal. La stèle radicale étant normalement diarche, la plantule doit donc être interprétée comme normalement dicotylée. Quant au cotylédon bifide, il ne peut résulter ici que d'une fission longitudinale du faisceau libéro-ligneux correspondant. Les théories de la synophtie et de la syncotylie peuvent donc être logiquement écartées.

Notre interprétation est confirmée par celle de Tronchet (15), (p. 178) étudiant une plantule identique de *Dimorphotheca pluvia-*

lis Mœnch. L'auteur en effet insiste sur le fait que « la structure binaire de la stèle radicale étant pleinement réalisée, et se maintenant jusqu'à l'extrémité radiculaire, il s'agit d'une schizocotylie affectant l'un des cotylédons et il semble qu'il y a une corrélation entre ce fait et la dichotomie cotylédonaire ».

Dans une autre plantule de la même espèce, mais où le cotylédon anormal est plus profondément divisé, l'auteur montre que « toutes les coupes transversales faites au-dessous du sommet de la tigelle, présentant la structure diarche » conclut dans le même sens que nous en soulignant que « la morphologie externe et l'anatomie de cette plantule indiquent qu'elle est formée de deux phyllorhizes : l'une correspondant au cotylédon simple, l'autre est divisée incomplètement dans la portion foliaire qui constitue le cotylédon bifurqué ».

Ainsi dans ce cas précis, le problème devient plus clair, et comme je l'ai montré autrefois, pour des organes foliacés (23), (24), (26), (29), (30), la division peut être plus ou moins prononcée, pouvant aller jusqu'à la séparation de deux organes voisins. Dans ce cas on peut sans restriction parler de *schizocotylie*.

Avec les comparaisons des dimensions respectives des trois organes cotylédonaires que j'avançais plus haut pour étayer par des preuves morphologiques cette explication anatomique, peut-on se servir des résultats obtenus par Léandri (19) dans l'étude comparative des chromosomes ? Il résulte de ses observations que les chromosomes des cotylédons anormaux, sans changer de forme, ni de nombre, peuvent être plus petits que ceux des cotylédons normaux. Le seraient-ils dans le cas de deux plantules intimement soudées ? Sans aucun doute ils seraient identiques. Il est plus probable qu'ils aient à subir une réduction dans leur taille à la suite d'une division précoce de l'ébauche cotylédonaire, et il est regrettable à mon sens que Léandri n'ait pu mesurer les trois cotylédons de la plantule qu'il a étudié. Il aurait certainement vérifié les données nouvelles que j'ai énoncées plus haut. En outre il se devait d'étudier séparément les chromosomes de chacune des lames cotylédonaires pour avoir la possibilité d'une comparaison sérieuse.

Pour toutes ces raisons je m'étonne qu'il n'ait pas pensé à la schizocotylie pour expliquer l'anomalie. Il écarte en outre une théorie qui expliquerait la présence d'un troisième cotylédon par la « transformation de l'une des deux feuilles primordiales » (loc. cit., p. 421). Mais il s'agit là d'une interprétation erronée de l'hypothèse de l'hétérocotylie de Hill (33) qui ne s'applique qu'au deuxième cotylédon des plantules anormalement monocotylées ! et l'auteur conclut à la présence d'un « cotylédon surnuméraire », ce qui ne fait que déplacer de nouveau le problème.

D'où peut bien provenir ce troisième cotylédon, mise à part l'explication proposée plus haut et confirmée par Tronchet ? A

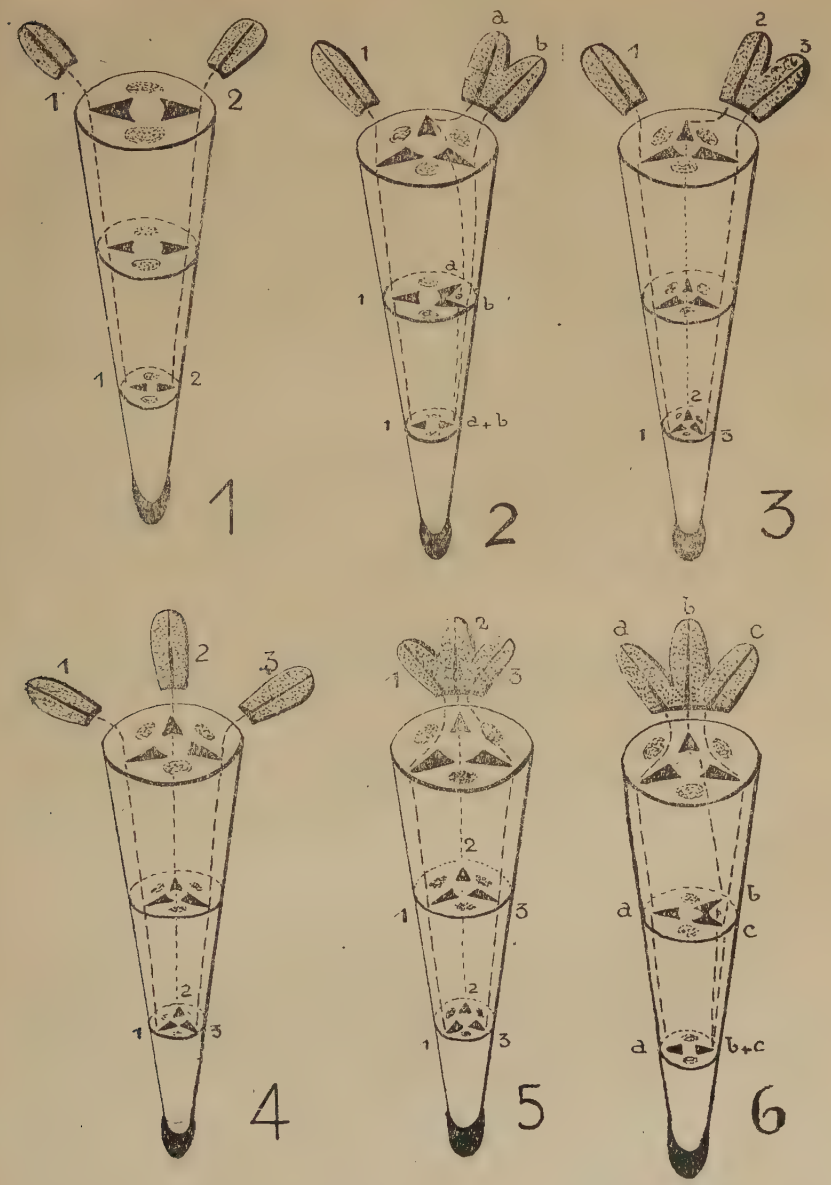


Fig. 1 : Plantule dicotylée vraie. — Fig. 2 : Plantule dicotylée dont un cotylédon a subi une schizocotylie partielle. — Fig. 3 : Plantule tricotylée dont deux cotylédons ont subi une syncotylie partielle. — Fig. 4 : Plantule tricotylée vraie. — Fig. 5 : Plantule trisyncotyle. — Fig. 6 : Plantule dicotylée affectée de syncotylie et de schizocotylie partielles.

mon avis la synophtie n'est qu'une hypothèse gratuite qu'on ne peut anatomiquement vérifier. Le jour où l'on pourra, par des cas intermédiaires, montrer la réduction progressive du quatrième cotylédon dont personne ne s'occupe jamais, alors il faudra peut-être réviser nos opinions. Quant à la question de la syncotylie, j'ai dit, plus haut, ce qu'il fallait en penser dans le cas présent. Mais certaines plantules morphologiquement identiques, ne peuvent pas être interprétées de la même façon : c'est-à-dire par la *schizocotylie*. Par exemple, celle de la fig. 3, dont le cotylédon bilobé se raccorde cette fois avec deux pôles ligneux de la racine primaire, celle-ci présentant une très nette triarchie. Cette plantule doit donc être considérée comme tricotylée (comme je le montrerai plus bas) et l'organe cotylédonaire litigieux résulte d'une fusion particlle des deux cotylédons voisins au cours de l'évolution de la plantule par ce que l'on désigne sous le nom de *syncotylie*.

Une plantule identique de *Dimorphotheca pluvialis* Mœnch a été décrite par Tronchet. Ses conclusions rejoignent les miennes lorsqu'il écrit : « La morphologie externe de cette plantule et l'existence de trois convergents médians sur toute sa longueur, montrent qu'elle doit être considérée comme une tricotyle parfaite » (loc. cit., p. 174).

Mais je crois nécessaire d'ajouter que, comme pour l'exemple que j'ai choisi, il y a en outre une *syncotylie* plus ou moins grande qui affecte deux des trois cotylédons anormaux.

Par ces deux exemples on voit clairement comment la lecture des relations anatomiques entre cotylédons et première racine, permet de différencier aisément deux plantules identiques morphologiquement.

⁂

Mais il est des cas moins faciles à interpréter. Ce sont ceux où les plantules tricotylées présentent trois pôles ligneux dans la première racine (fig. 4). Les théories émises plus haut paraissent actuellement être incapables d'expliquer ce genre de malformation que j'appellerai « *tricotylie vraie* ». Il est toujours facile de faire intervenir des causes externes, biologiques, mécaniques, climatiques, qui à mon avis n'apportent jamais les éclaircissements nécessaires. De même les mots de *mutation*, *apparition de race nouvelle*, ne font que déplacer le problème sans jamais le résoudre. D'autres que moi (P. Vuillemin, par exemple) ont montré (page 217) toute la fragilité de ces hypothèses plus ou moins vérifiées expérimentalement,

comme le faisait autrefois Molliard (11) créant de toutes pièces des plantules tricotylées de Radis.

Alors que faut-il conclure à ce sujet ? Je pense qu'actuellement le problème de la tricotylie vraie ne peut être résolu. Je crois que tant que l'on n'aura pas l'heureuse chance de pouvoir étudier l'évolution d'un sac embryonnaire contenant une tricotylie en puissance, il est oiseux de proposer l'une ou l'autre des théories précitées. Ce serait donc par l'étude systématique de l'ontogénie de nombreuses plantules, pour une espèce donnée (comme l'effectue actuellement R. Souèges et ses élèves), qu'on pourrait s'approcher le plus d'une explication véritablement scientifique.

En bref, chaque fois que l'étude des connexions anatomiques montrera l'existence d'un troisième pôle raccordé avec les trois lames cotylédonaires, on sera dans le cas de tricotylie vraie, dont l'existence anormale, ne peut être actuellement expliquée. Les autres cas, comme celui que j'ai rappelé pour la Carotte, pourront vraisemblablement se rapporter à des phénomènes de schizocotylie plus ou moins parfaite d'un des cotylédons.

*
**

Mais il est d'autres anomalies qui se rapportent indirectement à la tricotylie. Il s'agit de ces plantules qu'on nomme habituellement « *trisyncotyles* ». Leur interprétation est assez délicate ; cependant, d'après ce que je viens d'énoncer, le plus clairement possible, il semble que toute difficulté puisse être levée aisément.

Il ne m'est pas encore arrivé d'étudier particulièrement de telles plantules. Mais la littérature tératologique n'en manque pas.

Considérons par exemple la plantule anormale d'*Ambrosia tenuifolia* Spreng, que décrit A. Tronchet (p. 157). On ne distingue qu'un seul cotylédon dont la partie supérieure présente trois lobes assez peu prononcés. La base de ce cotylédon unique embrasse légèrement le sommet végétatif et chaque lobe présente une forte nervure médiane. Les premières coupes transversales faites à la base de cet organe montrent qu'il semble bien s'agir de trois cotylédons soudés. Plus bas, dans l'axe hypocotylé, on enregistre une curieuse structure trétrarche, d'ailleurs passagère, puisque dans l'extrême racine la structure est très nettement triarche : trois pôles de bois alternant avec trois massifs libériens. Cette plantule anormale dont la racine est nettement tripolaire doit donc, d'après ce que nous avons précisé plus haut, être interprétée comme anormalement tricotylée. C'est d'ailleurs la conclusion énoncée par Tronchet, et

avec lui nous devons considérer cette plantule comme *trisyncotyle*, malgré que les feuilles du premier nœud soient au nombre de deux en opposition décussée normale (fig. 5).

⁂

Mais il est des plantules anormales, d'allure extérieure identique, qui ne me paraissent pas entrer dans le cadre de la trisyncotylie. Il arrive parfois, en effet, que la plantule présente un cotylédon solitaire trois fois lobé, dont les raccords avec la racine primaire sont très différents de ceux dont nous venons de parler (fig. 6). Si, non loin du sommet végétatif, il y a bien trois groupes de bois, alternant avec trois massifs libériens, plus bas, vers le centre de l'axe hypocotylé, deux des groupes ligneux se rapprochent. En même temps, le massif libérien s'amenuise pour disparaître bientôt. Et dans l'extrême racine, après que la fusion totale des deux masses ligneuses ait été réalisée, on trouve une structure diarche des plus caractéristiques.

L'interprétation d'une telle anomalie doit donc être examinée sous l'angle de celle de tout à l'heure. A mon sens, il ne peut s'agir que d'une plantule dicotylée dont le cotylédon de droite (dans le cas de la figure proposée) a subi une division longitudinale, et s'est ensuite soudé partiellement au cotylédon de gauche. Ici on a donc une double anomalie : il y a à la fois *schizocotylie* et *syncotylie* partielles.

En 1931, P. Bugnon (36) décrivait une plantule anormale de Carotte dont le cotylédon solitaire, fortement trilobé, était opposé à la première feuille végétative. Ces deux organes forment une paire alterne distique et le cotylédon anormal embrasse partiellement la base de la première feuille végétative. Les trois nervures essentielles de ce cotylédon sont raccordées avec les deux pôles ligneux de la racine primaire, qui s'avère donc normale, mais le bois primaire s'est déplacé par rapport au plan du premier nœud feuille-cotylédon, après une rotation de 90° environ.

Malgré que la lame cotylédonaire anormale se raccorde aux deux pôles ligneux de la racine primaire (comme dans la plantule dont je viens de parler), l'auteur considère cependant ce « cotylédon » comme unique. En outre, la première feuille végétative, cependant non raccordée au bois radiculaire primaire (ce qui est normal), est assimilée au deuxième cotylédon, et l'auteur conclut en disant que « la plantule anormale... paraît offrir un cas très net du passage effectif de l'état dicotylédone à l'état monocotylédone par hétérocotylie, avec transformation de l'un des cotylédons en la première feuille végétative » (loc. cit., p. 8).

Pour ma part, je persiste à croire que toute lame foliacée raccordée aux deux pôles ligneux d'une racine normalement bipolaire, ne peut être considérée comme un *cotylédon solitaire*. Et il ne semble faire aucun doute que cette lame anormale résulte de la juxtaposition par *syncotylie* d'un cotylédon normal avec le deuxième, ayant subi une *schizocotylie* partielle. D'ailleurs cette manière de voir paraît être confirmée par la lecture des raccords que décrit l'Auteur, entre cet organe aberrant et la première racine.

⁂

Parfois (fig. 7) des plantules présentent trois lames cotylédonaires bien séparées, mais possèdent dans la première racine une structure diarche très caractéristique.

Les massifs ligneux de deux cotylédons voisins se rapprochent alors dans l'axe hypocotylé puis viennent se réunir dans le bas de la racine en un pôle unique opposé à l'autre normal.

De telles plantules sont, à mon sens, dicotylées, malgré leur allure tricotyle. L'une des lames cotylédonaires a subi, durant l'évolution de la plantule, une fission longitudinale totale, donnant deux cotylédons voisins. C'est pourquoi je pense que la tricotylie apparente est obtenue par un phénomène de *schizocotylie*.

Un exemple absolument semblable a été étudié par Tronchet. Il s'agit encore d'une plantule de *Dimorphotheca pluvialis* Mœnch pourvue de trois cotylédons « dont l'un est un peu plus large que les deux autres » (loc. cit., p. 175) (1).

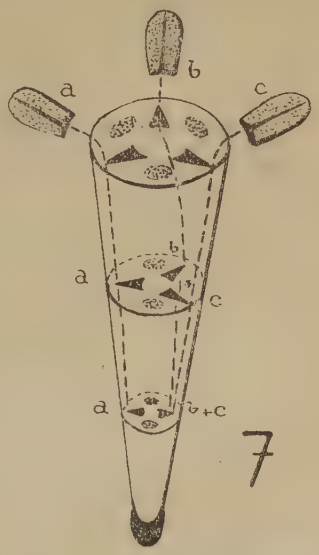


Fig. 7 : Plantule dicotylée dont un cotylédon est affecté de schizocotylie totale.

Au niveau de la base cotylédonaire on note la présence de trois premières feuilles végétatives en position alterne-tristique. Lorsqu'on suit le raccord entre les trois cotylédons et la jeune racine, on enregistre exactement les mêmes faits que nous venons de rapporter. D'ailleurs l'Auteur le note en disant que « les deux unités conductrices qui correspondent aux cotylédons les plus étroits

confondent leurs fascicules criblés adjacents dès le sommet de la tigelle..., en outre les deux groupes vasculaires alternes de ces unités sont plus rapprochés l'un de l'autre... Ce rapprochement s'accentue rapidement de haut en bas de la tigelle..., leurs éléments centripètes eux-mêmes confluent rapidement de haut en bas et se fusionnent finalement à la base de la racine » (loc. cit., p. 175-176).

Ainsi la description de l'Auteur coïncide avec la nôtre ; mais sa conclusion semble s'éloigner de celle que nous avons formulée. En effet, malgré la description des raccords, l'Auteur pense que cette plantule présente « trois unités anatomiques, ou phyllorhizes » (loc. cit., p. 176) : c'est donc qu'elle serait *tricotylée*. Mais il y a là contradiction flagrante avec ce que l'Auteur signale de nombreuses fois dans le même travail, et pour nous, le doute n'est pas possible ; il s'agit bien d'une plantule dicotylédone, dont l'un des cotylédons s'est dédoublé par *schizocotylie*.

***

Ainsi, à la suite de cette brève étude, on peut essayer de clarifier un peu la question de ces anomalies qu'on dénomme en général « tricotylie ».

La tricotylie vraie est celle où la plantule, possédant trois cotylédons bien séparés, présente dans sa racine, une triarchie parfaite : je veux dire où les trois pôles ligneux et les trois massifs libériens sont d'importance égale.

De telles plantules, parfaitement tricotyles, peuvent alors présenter des variantes extérieures portant sur l'allure des cotylédons. Quand deux de ceux-ci sont plus ou moins profondément soudés, on doit envisager l'anomalie sous l'angle de la syncotylie et la plantule aberrante pourrait alors s'appeler *tricotylée, par syncotylie partielle*.

Enfin dans le cas où la plantule reconnue comme étant parfaitement tricotylée, présente une lame cotylédonaire unique et trilobée, dont chaque lobe a la valeur d'un cotylédon raccordé exactement avec les trois pôles ligneux de la racine, elle doit être désignée sous les termes de plantule *trisyncotyle*.

Dans tous les cas où la structure primaire de la racine est bipolaire = diarche, on ne pourra plus contester que la plantule soit normalement dicotylée. Si, malgré tout, la même plantule présente trois cotylédons parfaitement séparés, elle ne sera donc pas pour autant tricotylée. On devra la ranger dans la catégorie des plantules *tricotylées par schizocotylie* d'un des deux cotylédons.

Si la plantule, reconnue par la bipolarité de la racine, comme une dicotylédone, mais présentant un cotylédon bifide opposé à l'autre normal, on devra expliquer l'origine de cette lame anormale par une fission longitudinale : c'est-à-dire par *schizocotylie.*

Et pour terminer, si les trois lames cotylédonaires n'en font qu'une, plus ou moins trilobée, et que les trois lobes se raccordent avec deux pôles ligneux radiculaires normaux, elle devra être considérée comme étant *disyncotyle avec schizocotylie partielle.*

En conclusion, l'intérêt de cette note est multiple. D'une part, on a voulu montrer les principales hypothèses émises pour l'explication de la tricotylie. D'autre part, on a essayé d'apporter quelques arguments personnels militant en faveur de telle ou telle explication, et surtout, on a tenté de classer les divers cas aberrants qui peuvent être rapportés à cette anomalie classique.

Enfin, du point de vue évolutif, ce genre de recherches montre tout l'intérêt qu'il y a à collecter de telles monstruosités, à les étudier par les procédés classiques des coupes sériées, afin d'établir, avec certitude, les relations existant entre les sytèmes conducteurs de la première racine et des premières lames foliacées. C'est qu'en effet, la question est d'importance dans le cadre de l'évolution. Il s'agit de savoir si les Monocotylédones sont plus primitives que les Dicotylédones, ou inversement, et, comme nous l'avons montré après d'autres, c'est souvent l'étude des germinations anormales présentant des caractères intermédiaires, qui peut permettre de serrer le problème d'un peu près, et qui permet en tout cas d'émettre des explications plus rationnelles. Et comme le soulignait autrefois P. Vuillemin, « les formes insolites réunies sous le nom d'anomalies sont des manifestations de l'activité qui détermine les configurations habituelles. En nous montrant les aberrations liées aux déviations de cette activité, elles nous font mieux comprendre le mécanisme de la production des formes normales qui, elles-mêmes, n'échappent pas à la variation, car l'immutabilité morphologique est incompatible avec la vie » (loc. cit., 344).

Aimé G. PARROT.

EXPLICATION DES FIGURES

Les quelques schémas qui illustrent cette note n'ont d'autre prétention que d'éclairer le lecteur sur les relations qui peuvent exister, normalement ou anormalement, entre les cotylédons et la première racine. Pour les rendre plus clairs, on a, à dessein, exagéré le diamètre et la longueur de la radicule, et de l'axe hypocotylé ; en outre, le trajet des systèmes conducteurs ne rend volontairement aucun compte des théories émises à son sujet : rotation, raccord, phyllorhyze, etc....

BIBLIOGRAPHIE

1. Moquin-Tandon. — Eléments de tératologie végétale. Paris, 1841.
2. Masters (M. T.). — Vegetable Teratology. London, 1887.
3. Penzig (O.). — Pflantzenteratologie. Gênes, 1890-1895. (2e édition, 1921.)
4. Worsdall. — The principles of plant-teratology. Londres, 1915.
5. Vuillemin (P.). — Les anomalies végétales. Leurs causes biologiques. Paris, 1927.
6. De Candolle. — Organographie végétale.
7. De Vries (H.). — Ueber Tricotyle Rassen. Ber. Deutsche Bot. Ges., 1902.
8. Junger (E.). — Ueber Tricotylie Embryonen. Jahresber. Schles. Ges. f. Vaterl. Cultur. Breslau, 1868, t. 46.
9. Junger (E.). — Ueber das Vorkommen tricotyler Embryonen bei Dicotyledonen. Ibid. 1949, t. 47.)
10. Junger (E.). — Tricotyle Embryonen. (Ibid. 1870, t. 48.)
11. Molliard (M.). — Sur un cas de tricotylie obtenu expérimentalement. Bull. de la Soc. bot. de France, 1907, 54.
12. Tronchet (A.). — L'accélération vasculaire dans la schizocotylie. (C. R. Ac. des Sc., 15 juillet 1925.)
13. Tronchet (A.). — La polycotylie et la schizocotylie dans le *Dimorphotheca pluvialis* Mœnch. (Ibid.)
14. Tronchet (A.). — Interprétation de la schizocotylie dans les dicotylédones. (Bull. de la Soc. Linn. de Lyon, 1929, 8, p. 11.)
15. Tronchet (A.). — Recherches sur les types d'organisation les plus répandus de la plantule des Dicotylédones. (Thèses Paris, 1930.)
16. Bexon (D.). — On the anatomy of some polycotyledonous seedlings of *Centrenthus ruber*. (Ann. of Botany, 1920, T. 34.)
17. Bexon (D.). — Observations on the anatomy of teratological seedlings. (Ibid. 1935, N° CLIII.)
18. Compton (R. H.). — An anatomical study of syncotyly and schizocotyly. (Ann. of Botany, 1913, T. XXVII.)
19. Léandri (J.). — Sur la mitose dans une plantule tricotyle de Haricot. (Bull. de la Soc. bot. de France, 1941, 88, 2.)
20. Bugnon (P.). — La dichotomie cotylédonaire, caractère ancestral. (Ibid., 1925, T. I, 5e série.)
21. Bugnon (P.) et Parrot (A.-G.) — Sur la valeur morphologique du cotylédon chez les Ombellifères anormalement monocotylédones. (C. R. de l'Ac. des Sc., 1932, T. 195.)
22. Parrot (A.-G.). — Notes tératologiques sur un Troène : *Ligustrum ovalifolium* Hassk. (Bull. Scient. de Bourgogne, 1934.)
23. Parrot (A.-G.). — Dichotomie foliaire chez un Troène : *Ligustrum ovalifolium* Hassk. (Ibid. 1938.)
24. Parrot (A.-G.). — Sur la dichotomie anormale des organes foliacés. (C. R. de l'Ac. des Sc., 1941, T. 213.)
25. Parrot (A.-G.). — Etude et interprétation d'une plantule de Carotte anormalement monocotylée. (Bull. de la Soc. bot. de France, 1941, 88.)
26. Parrot (A.-G.). — Note sur quelques feuilles anormales d'Hortensia. (P. V. de la Soc. Linn. de Bordeaux, 1942.)
27. Parrot (A.-G.). — Etude morphologique et anatomique d'une curieuse plantule de Carotte. (Bull. de la Soc. bot. de France, 1942, 19, N° 4-6.)
28. Parrot (A.-G.). — Etude morphologique de quelques plantules de Lierre : *Hedera Helix* L. (Ibid. 1943, T. 90.)

29. Parrot (A.-G.). — Un lot d'anomalies végétales. (Ibid. 1949, T. 96.)

30. Parrot (A.-G.). — Un nouveau lot d'anomalies végétales. (Ibid.)

31. Cuenod (A.). — Du passage chez le *Nerium oleander* de l'opposition foliaire binaire au verticille terné. (*Ibid.* 1940, 87.)

32. Bouvrain (G.). — Sur la disposition des feuilles chez les Angiospermes. (Ibid. 1942, 89.)

33. Hill et De Fraine. — The morphology and seedling structure of the geophilous species of *Peperomia* together with some views on the origin of Monocotyledons. (Ann. of Botany, 1906, T. 66.)

34. Hill et De Fraine. — On the seedling structure of Gymnosperms. (Ibid. 1909.)

35. Chauveaud (G.). — La constitution des plantes vasculaires révélée par leur ontogénie. Paris, 1921.

36. Bugnon (P.). — Sur le passage effectif de l'état dicotylédone à l'état monocotylédone par hétérocotylie. (Bull. Scientifique de Bourgogne, 1931, T. I, pp. 13-22.)

LES LIVRES REÇUS

FAVERGE (J. M.). — Méthodes statistiques en Psychologie appliquée (Presses Universitaires, Paris). 800 fr.

GORIS (André). — Guide pour les Reconnaissances aux examens de Pharmacie (Vigot, Paris). 500 fr.

HUGUES (D. J.). — Neutron Optics (Interscience Publishers Inc., New-York). 2.50 .

LANSRAUX (Guy). — Diffraction instrumentale (Ed. de la Revue d'Optique, Paris). 300 fr.

LE CORBEILLER (P.). — Analyse matricielle des réseaux électriques (Dunod, Paris). 960 fr.

MORSE (Philip M.) et FESHBACH (Herman). — Methods of Theoretical Physics (Mc Graw Hill Book C°, Londres). £ 5/17/6.

NILSSON (Heribert). — Synthetische Artbildung Grundlinein einer exakten Biologie (Gleerups, Lund). 2 vol. brochés : 225 couronnes ; reliés : 250 couronnes.

PELEGRIN (Marc J.). — Calcul statistique des systèmes asservis (Bull. Scient. et Tech. du Ministère de l'Air). 1.200 fr.

PITZER (H. S.). — Quantum Chemistry (Constable and C° Ltd., Londres). 63 sh.

POLONOVSKY (Michel). — Exposés annuels de Biochimie médicale, 15° série (Masson, Paris).

ROY Mc GREGOR (Rod.). — Silicones and their uses (Mc Graw Hill Book C°, Londres).

RUSSO (F.). — Histoire des Sciences et des Techniques. Bibliographie (Hermann et Cie, Paris).

TRJITZINSKY (W. J.). — Les problèmes de totalisation se rattachant aux laplaciens non sommables (Mém. des Sciences Math. Fasc. CXXV, Gauthier-Villars, Paris). 1.400 fr.

VIGNERON (Maurice). — Fractionnement par solvant (Vigot, Paris). 1.600 fr.

VOGEL (Théodore). — Les fonctions orthogonales dans les problèmes aux limites de la physique mathématique (Ed. du C. N. R. S., Paris). 1.200 fr.

WEAVER (Elbert C.) et FOSTER (Laurence S.). — Chemistry of our times (Mc Graw Hill Book C°, Londres et New-York). 36 sh.

POUR UNE ESTHÉTIQUE DE LABORATOIRE

Programme d'une technologie générale
de l'expérimentation esthétique

par Denis HUISMAN

S'il existe un domaine où l'Art et la Science se réconcilient, c'est bien celui de l'Esthétique : car savants et artistes sont généralement d'accord pour mépriser cette occupation frivole, où se complaisent encore de rares philosophes. Volontiers ils reprendraient ce mot de Paul Valéry : « Tout ce qui est esthétique est douteux. » Au reste, l'Art paraît un simple divertissement à beaucoup de bons esprits, et la Philosophie semble n'être qu'un « pur jeu d'idées » à bien d'autres : aussi ne doit-on point s'étonner si la *Philosophie de l'Art* a pu être contestée.

Ce préjugé est bien injuste : l'Esthétique, absolue et normative de Platon à Baumgarten, a été réveillée par Kant de son sommeil dogmatique et ramenée sur terre par Taine, Fechner ou Croce. Aux idéalismes absolus des Hegel, des Schelling ou des Schopenhauer, le XX^e^ siècle oppose une conception très souple d'une Esthétique comme « science des formes », qui est à l'Art comme une science théorétique à la science appliquée correspondante (ainsi que la mécanique rationnelle à la mécanique industrielle), désignant « toute réflexion philosophique sur l'Art ». Tour à tour Victor Basch, qui devait inaugurer à la Sorbonne, en 1918, une chaire d'*Esthétique et Science de l'Art*, Henri Focillon, Ch. Lalo et M. Et. Souriau ont opéré ce miracle de rendre l'Esthétique *positive*.

Ainsi il serait vain de refuser à la Philosophie de l'Art ce droit à l'appellation de scientifique qu'elle a conquis de haute lutte au cours des vingt-cinq siècles qui vont de Platon à nos jours. Hegel, tout en raillant cette attitude, pouvait encore écrire il y a près de cent cinquante ans : « Les Beaux-Arts ne peuvent en aucune façon faire l'objet d'une étude scientifique proprement dite (1). »

En fait, ce n'était point là une position universellement adoptée. Même à cette époque, il paraissait possible de se référer à des esthéticiens-amateurs dont l'intuition, sinon l'action, paraissait nettement scientifique. En 1746, Batteux, dans la Préface de ses « *Beaux-Arts réduits à un seul principe* », pouvait faire figure d'ancêtre ou de prophète de l'Esthétique expérimentale, en énonçant ainsi ses règles : « Imitons les vrais Physiciens qui amassent *des expériences* et fondent ensuite sur elles un système qui les réduit

en principes (2). » Bien avant Hippolyte Taine, dont le nom vient immédiatement à l'esprit de tous ceux qui s'intéressent à l'Esthétique expérimentale, Victor Cousin avait pu écrire au milieu du XIX^e^ siècle : « Qu'avons-nous fait jusqu'ici ? Nous avons fait comme le physicien ou le chimiste qui soumet à l'analyse un corps composé et le ramène à ses éléments simples. » Faisant allusion à ses propres théories, l'auteur de la célèbre étude *Du vrai, du beau, du bien*, ajoutait : « La seule différence est ici que le phénomène auquel s'applique notre analyse est en nous au lieu d'être hors de nous. D'ailleurs, les procédés sont exactement les mêmes : il n'y a là ni système, ni hypothèse : il n'y a que l'expérience et l'induction la plus immédiate (3). »

Il semble que l'on puisse dire, sans vouloir rabaisser pour autant l'Esthétique en suggérant ce parallèle, que l'Esthétique de 1954 est parvenue au niveau de maturité où se trouvait la Psychologie, il y a quelque soixante ans, au temps où Beaunis et Binet créaient un laboratoire de psychologie expérimentale à la Sorbonne. Comme en 1889, il semble bien en effet que le besoin d'un laboratoire d'Esthétique expérimentale se fasse très vivement sentir aujourd'hui. Sur ce point, l'ensemble de tous les chercheurs du Centre National de la Recherche Scientifique rattachés au laboratoire de M. Et. Souriau sont unanimement d'accord.

Au reste, l'on pourrait même très exactement dire de l'Esthétique ce que M. Piaget disait récemment de la Psychologie expérimentale : « Lorsqu'une discipline (telle que la Psychologie expérimentale) se sépare de la philosophie pour s'ériger en science autonome, cette décision de ses représentants ne revient pas à s'attribuer, à un moment donné, un brevet de sérieux ou de valeur supérieure. Elle consiste simplement à renoncer à certaines discussions qui divisent les esprits et à s'engager, par convention ou gentlemen's agreement, de ne parler que des questions abordables par l'emploi exclusif de certaines méthodes communes ou communicables. » Cette idée, l'auteur devait la développer dans les lignes suivantes : « Il y a donc dans la constitution d'une science un renoncement nécessaire, une détermination de ne plus mêler, à l'exposé aussi objectif que possible, des résultats que l'on atteint ou des explications que l'on poursuit, les préoccupations auxquelles on tient peut-être bien davantage par devers soi, mais que l'on s'oblige à laisser en dehors des frontières tracées (4). » Tel nous semble devoir être le cas de l'Esthétique d'aujourd'hui.

Mais quel a été, jusqu'à présent, l'historique de l'expérimentation esthétique ? Comment doit-on concevoir une méthodologie générale de l'Esthétique de laboratoire ? Quel est l'état présent des

recherches expérimentales en Esthétique ? Tels sont les trois problèmes généraux que nous tenterons d'aborder ici en montrant simplement les directions dans lesquelles l'on voudrait s'engager.

I

Sans remonter aux premiers essais et aux incontestables erreurs d'une prétendue Esthétique expérimentale telle qu'on peut la voir appliquée, sinon expliquée par les artistes eux-mêmes, au premier rang desquels il faudrait citer les Léonard, les Hogarth, les Reynolds, les Gœthe ou les Rodin, on peut dire en gros que l'Esthétique de laboratoire est née en même temps que la Psychophysique. Certes, la question de savoir si Fechner est ou non le fondateur de cette discipline, est controversée. Dans une récente publication, M. Et. Souriau a fait ressortir « la priorité constante de Chevreul » sur Fechner, notamment pour l'étude du contraste simultané des couleurs, « du seul énoncé des dates » (5). En fait, depuis que la musique existe, tous les musiciens ont fait de l'Esthétique expérimentale sans le savoir, « pour assurer la justesse de leur voix et pour accorder leurs instruments » (6). Les pythagoriciens, Euler, Helmholtz, en ont même fait sciemment, comme les prédécesseurs de Chevreul et de Fechner (Heigelin, Wolff, Rœber, Hay, Lihardzik ou surtout Zeising) (7).

Avec Zeising se termine la pré-histoire de ce mouvement qui devait alors parcourir trois stades principaux. La première période devait être marquée par une extrême *stérilité*. C'est l'ère des expériences à vide, des expériences « pour voir », comme celles que Fechner devait tenter avec ses rectangles, ses ellipses, ses croix ou ses figures en i, et qu'il devait vérifier avec les cadres des plus célèbres tableaux d'Europe. (On sait qu'il devait s'apercevoir par la suite que les ellipses les plus lourdement aplaties, les rectangles les plus gauchement allongés servaient de cadres aux plus merveilleux tableaux classiques.) De Fechner à Foucault, en passant par Witmer, Külpe, Ziehen (ou Legowski, Thorndike, Cohn, Jastrow, Washburn, von Allesch, etc.), l'on assiste au spectacle curieux d'une Esthétique dite expérimentale et en réalité très « a prioriste », très arbitraire et très factice. A cette phase bien tranchée devait succéder une série de tâtonnements intéressants, une période très féconde, mais de tendances mal définies, que l'on peut centrer grossièrement autour du *laboratoire de psychométrie*, selon l'expression du Dr Munro. Wundt et Fechner avaient fondé des laboratoires ; Cattell avait créé les tests ; c'est aux Etats-Unis que la plupart des tests esthétiques devaient être mis au point. Il est impossible de chercher à citer tous les tests de jugement, d'aptitude ou de sensibilité esthétiques. Les plus célèbres sont ceux du Pr Norman C.

Meier (8) qui a fondé il y a trente ans un *Art Psychology Laboratory* qui est l'un des mieux équipés du monde ; (*Art Judgment Test*, lecture de 125 couples d'images, dont l'une est valable et l'autre erronée) ; de Seashore (Aptitude musicale), de Knauber, de Mac Adory, de Lewerenz, de Maitland-Graves, etc. En Angleterre, il faudrait signaler le test de 1933 de Sir C. Burt et de Miss Margaret H. Bulley (repris et développé dans son livre : *Art and every Man*, 1952).

A la proto-histoire fechnérienne succède ainsi l'Esthétique des expérimentalistes allemands, ou du Pr Valentine et du Prince M. C. Ghyka, de Pius Servien et de Charles Lalo, et surtout de Chandler (*Beauty and the human nature ;* Bibliographie complète de l'Esthétique expérimentale de 1865 à 1938), ou de R. M. Ogden (*Psychology of Art*) : ces deux livres constituent en effet des « sommes » imposantes de tous les résultats obtenus par les méthodes expérimentales et psychométriques néo-fechnériennes. Feldman aurait d'ailleurs peut-être donné un livre utile sur ce point : en dehors de la thèse de Ch. Lalo, il n'y en a point en France (1908). A dire vrai, cette nouvelle science de laboratoire était plutôt une Esthétique « empirique » qu'une véritable Esthétique « expérimentale », selon le mot de Vernon Lee. Car ses tâtonnements visaient plus à rassembler des documents qu'à faire des expériences, à la simple documentation plutôt qu'à une véritable *expérimentation* qui aurait mis la nature à la question. Néanmoins, cette période de l'entre-deux-guerres devait servir à remuer beaucoup d'idées, et parfois à les imposer.

La dernière phase est en constants progrès : fortement influencée par la *Gestalt-Theorie*, l'Esthétique expérimentale d'aujourd'hui tend à ne plus poser que des problèmes cohérents soit de structuration, de prégnance ou de ségrégation, soit d'expérimentation pure, sans chercher la solution de problèmes qu'elle considère comme insolubles. Que l'on songe en France aux travaux de M. Robert Francès, ou aux Etats-Unis à ceux de Rudolph Arnheim (9), en Allemagne à ceux de Kroh, ou en Angleterre à ceux de H. L. Eysenck et G. W. Granger, on se trouve en présence d'expérimentateurs éprouvés, aux recherches positives, précises et rigoureuses. En France, c'est autour de M. le Pr Et. Souriau, qui fonda, il y a vingt ans, à Lyon, un important laboratoire d'Esthétique, avant d'être nommé à la Sorbonne, que les chercheurs isolés se regroupèrent. Mais le méthodologiste, malgré le morcellement d'études qui se partagent entre l'Esthétique pure et la Psychologie (signalons à cet égard l'importance des volumes de l'*Année Psychologique* de ces vingt dernières années, et singulièrement les Mémoires originaux de son Directeur, M. Paul Fraisse, dont récemment, deux

articles ont paru sur « Les effets dynamogéniques de la musique » et « L'accompagnement, moteur du rythme musical » avec la collaboration de J. Paillard et G. Oléron (*in Année Psychologique*, 1953) est d'ores et déjà en droit de dire qu'il n'y a d'expérimentation valable que par rapport à un problème posé. Il faut, en physique comme en esthétique, poser à la nature et à l'homme (mais l'art n'est que l'un et l'autre, *homo additus naturæ*) une question telle qu'ils ne puissent répondre que par oui ou par non. Lipps a bien montré que ce genre d'expériences (pseudo-statistiques) pratiquées par Fechner et ses émules, étaient censées porter sur le jugement appréciatif. Or, une partie des difficultés rencontrées tiennent à l'expression du jugement et à l'interprétation de cette expression. Les expériences de Lipps prouvent que les appréciations sont conditionnées par un contexte subconscient. *Les préférences sont fonctionnelles.* Un rectangle est apprécié s'il est interprété mentalement comme une forme skeuologique (fenêtre, porte, format de livre). Au reste, les déterminations statistiques ne peuvent être interprétées en Esthétique de la même manière que dans les autres disciplines : les moyennes n'ont pas de signification intrinsèque et les écarts ont une importance prérogative.

II

Il semble que tout programme d'une technologie générale de l'expérimentation esthétique doive comprendre, outre une introduction historique, méthodologique et critique, les trois parties suivantes : essayons de les résumer brièvement.

Position des problèmes. — En matière d'Esthétique de laboratoire, il y a lieu de remarquer :

1° Que les démarches de pensée à étudier exigent un ensemble de circonstances qui n'ont jamais été réalisées en laboratoire : les conditions de milieu et de circonstances jouent toujours un rôle dans le phénomène normal. Ainsi donc, l'ensemble du processus n'est pas susceptible d'une étude expérimentale. L'expérimentation ne peut porter que sur ceux des facteurs qu'il est possible de faire varier et de contrôler sans affecter le processus général. Un premier exemple consisterait en un exercice de la perception esthétique, où l'on tenterait de réaliser un jugement comparatif d'objets dont on peut faire varier soit les dimensions, soit les proportions (anamorphose), soit les conditions de présentation et d'éclairage, soit le contexte social et verbal agissant sur les conditions de la contemplation.

2° Qu'il convient de noter intégralement tout l'interrogatoire du sujet, et autant que possible de déceler ses préoccupations. Par

exemple, dans la perception des proportions, l'on peut se livrer à une recherche préalable (par test d'association, etc.) de l'orientation générale de la pensée au moment de l'expérience. L'on peut également rechercher des schémas perceptifs, notamment par l'emploi du test de Rorschach, dont on examine les significations esthétiques.

3° Que les expériences de contrôle doivent porter sur la différence d'attitude des sujets. Ainsi l'étude expérimentale des préférences, quant aux harmonies de couleurs, donne une image exacte de ce genre de travaux. La préférence pour un échantillon chromatique doit toujours être vérifiée dans sa constance ou dans son caractère circonstanciel et complétée d'un interrogatoire complet du sujet pour établir si elle est sensorielle ou verbale, et si elle peut être interprétée psychologiquement ou psychanalytiquement par rapport à des souvenirs précis du sujet. On pourrait prendre à titre d'exemple méthodologique, un second exemple : celui de l'audition colorée. Ainsi l'étude *esthétique* de l'audition colorée est méthodologiquement très différente de son étude psychologique. Il conviendra de montrer qu'esthétiquement elle est très rarement un phénomène primaire et presque toujours secondaire, intégrée à l'exercice de la lecture ou de la création poétique, et qu'elle ne conserve pas les sons vocaliques isolés mais leur disposition dans un texte ainsi que leur association avec des rythmes. L'étude de ces deux exemples ne doit d'ailleurs pas être destinée à aboutir à des résultats quant à la solution de ces problèmes, mais bien à mettre en évidence les défauts méthodologiques que présentent la plupart des enquêtes déjà faites et à montrer le moyen d'éviter ces défauts. Ainsi, dans l'enquête que la *Revue Psyché* avait réalisée sur les préférences chromatiques, il n'a jamais été fait d'expérience de contrôle pour savoir si les préférences portaient sur la couleur vue, celle-ci ayant été préalablement échantillonnée de façon convenable, ou sur la couleur imaginée (et sur ce point, il faut noter une profonde différence de l'expérience picturale ou littéraire), ou enfin sur les termes désignant les couleurs.

Une seconde partie concernera le *choix des sujets*. Il est tout particulièrement important, et ses incidences sur l'expérience seront différentes de celles qu'on observe dans les domaines sociologique ou psychologique. Les points sur lesquels devra porter l'attention des expérimentateurs seront essentiellement :

1° L'âge des sujets. Il faut insister sur les goûts esthétiques de l'enfant, sur le fonctionnement de sa sensibilité esthétique, absolument différente du comportement esthétique de l'adolescent et de l'adulte (10). Les conclusions ne sont pas transférables au goût

de l'adulte, les démarches qui les conduisent étant différentes. L'indication des points sur lesquels doit porter particulièrement l'attention (comme l'invention des formules verbales de jugement, permettant notamment d'affirmer une prédominance du point de vue esthétique), doit faire l'objet d'une étude spéciale.

2° La culture esthétique du sujet permettra de distinguer un certain nombre de catégories, dont celle des analphabètes esthétiques. Etant donné l'importance des facteurs sociaux et éducatifs, il y aurait grand intérêt à se procurer des sujets n'ayant subi aucune influence ou ayant subi celles d'un système artistique très différent du nôtre. On pourrait prendre, à titre d'exemple critique, l'étude contemporaine de la sensibilité musicale. L'on prendra celle de M. Raoul Husson pour montrer que son exclusion des facteurs cervicaux dans le jugement d'agrément musical tient à ce fait qu'il a expérimenté sur un lot homogène de sujets ayant tous reçu une forte influence de l'harmonie classique. Les résultats auraient été très différents si, à défaut d'analphabètes musicaux (qui sont d'ailleurs pratiquement impossibles à trouver) il avait fait intervenir des sujets ayant reçu une autre éducation musicale (par exemple Arabes, Chinois, etc.). Ici, quelques expériences de contrôle seraient à effectuer, portant sur l'appréciation de diverses œuvres de musique occidentale par les sujets de cette catégorie.

Il conviendrait de choisir également des sujets à culture artistique spécialisée, en insistant sur l'importance expérimentale des études sur l'harmonie des couleurs ayant pour sujet des musiciens et des poètes ou des études sur les proportions picturales ayant pour sujet des architectes et des sculpteurs, etc. Il faudrait contrôler par des tests cette importance même, et notamment il y aurait lieu de se servir du Rorschach pour déceler les perceptions techniques comme le relief chez les sculpteurs, le chromatisme chez les peintres, les arabesques linéaires chez les dessinateurs, etc.

L'importance des tests mémoriels pour déceler les modes techniques d'attraction ne saurait être minimisée. La critique de l'expérience du dessin de mémoire après un temps limité de considération du modèle est, à cet égard, de première nécessité (cf. le test de Knauber). La partie la plus importante de l'expérience est la critique par les sujets des documents fournis par d'autres sujets. L'expérience prouve que le classement en valeur des résultats décèle l'attention prérogative soit à l'exactitude linéaire, soit aux effets de valeur, soit à l'inventaire numérique du nombre de détails observés, soit et surtout à l'importance esthétique de certains détails dans la composition d'ensemble.

Les tests utilisés au sujet des dessins enfantins portent très rarement sur la capacité esthétique véritable : il y a un curieux

antagonisme entre la valeur psychanalytique et la valeur d'analyse esthétique des documents, témoin l'ensemble des dessins enfantins publiés dans la revue *Enfance*, sous la direction de M. le Professeur Henri Wallon (11).

Une dernière partie doit nécessairement porter sur l'*adaptation des méthodes aux problèmes*. Cette partie visera surtout à chercher comment peuvent être instituées des expériences de contrôle au sujet des grandes théories esthétiques. On prendra comme exemple le problème du nombre d'or et l'on cherchera quels sont les points sur lesquels l'expérience de laboratoire peut apporter une critique efficace. On notera provisoirement la possibilité mathématique d'appliquer une loi proportionnelle quelconque à une donnée quelconque, par la critique rigoureuse de documents, comme la recherche dans un plan architectural ou dans un tableau de l'égale applicabilité des proportions diverses : proportion modulaire, proportion fondée sur les quantités : $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc.

On tentera d'autre part la recherche des points d'application de la proportion : étant donné un document (*La Mélancolie* d'Albert Dürer, la *Vierge à la Chaise* de Raphaël, le *Festin chez Levi* de Véronèse), on fera désigner verbalement, ou par la méthode du calque ou par pointement des autres, à différents sujets, les points capitaux ou les lignes essentielles de la composition, indépendamment de toute recherche des proportions, et l'on vérifiera jusqu'à quel point ces désignations coïncident avec celles qui sont utilisées par les soi-disant démonstrations de l'applicabilité du nombre d'or.

On recherchera également les *écarts*. On étudiera jusqu'à quel point les schémas interprétatifs comportent un écart appréciable par rapport aux proportions réelles du document et jusqu'à quel point cet écart peut être mis en relation avec la valeur esthétique de la donnée. Il y aurait des exemples à tirer, des études physionomiques touchant la beauté des visages (Mantigazzo, Ghyka, Pierre Abram, etc.), pour noter l'importance expressive de l'écart. D'autres expériences de contrôle négatif ont souvent été négligées par les auteurs de ces enquêtes. Il ne suffit pas de prouver, en effet, que tel visage universellement reconnu comme beau satisfait aux lois de la section d'or, il faut aussi montrer que certains visages universellement reconnus comme laids ou sans intérêt esthétique, n'y satisfont pas. On espère montrer qu'en fait des visages, des compositions ou des monuments universellement reconnus comme dénués d'intérêt esthétique, satisfont cependant dans une très large mesure à la proportion dorée.

III

Bien qu'à l'heure actuelle aucune tentative de méthodologie générale de l'expérimentation esthétique n'ait encore été enregistrée ni en France, ni d'ailleurs dans aucun pays du monde, — à notre connaissance, — il convient de noter quel est l'état présent des études d'esthétique de laboratoire. Pour nous borner à la France, les travaux les plus importants dans le domaine de l'Esthétique expérimentale de la musique ont été réalisés par M. Robert Francès (12). Pour cet auteur, l'étude expérimentale de l'art n'interfère pas absolument avec l'Esthétique, parce que l'Esthétique est normative et que ses normes vont souvent contre les lois énoncées par les sciences humaines (psychologie et sociologie). Inversement, l'Esthétique, par sa diffusion, peut entraîner des faits psychologiques et sociaux que l'expérience permet d'évaluer. Il y a une action inhibitrice ou excitatrice (stimulante) sur le public qui se produit d'emblée, en sorte que l'esthéticien apparaît comme un *guide*. Au reste, l'étude expérimentale des faits esthétiques (production, compréhension, diffusion), peut être révélatrice de faits humains importants, notamment pour montrer l'historicité des fonctions mentales. Il faut regarder avec défiance, toujours selon cet auteur, une étude sur l'art qui ne serait pas en contact étroit avec les œuvres existantes ou avec l'histoire de l'art, et notamment toutes les études mathématiques sur la musique, comme les recherches *a priori* sur l'art paraissent extrêmement hasardeuses. L'Esthétique expérimentale semble ainsi à notre auteur se ramener à l'étude objective et cependant compréhensive de l'expérience esthétique et de sa genèse, ou en d'autres termes, à l'étude expérimentale des modes d'appréhension et de compréhension des œuvres d'art des différentes époques par un public donné, et elle concerne les lois qui commandent l'accès à une expérience esthétique supérieure comme, par exemple, la compréhension d'œuvres savantes et difficiles à partir d'un état fruste. C'est dire qu'il y a des applications pratiques possibles de l'Esthétique expérimentale, comme la pédagogie du public. D'autre part, bien que ce soient les œuvres d'art qui forment le mode d'appréhension du public, il y a des limites psychologiques que la pratique artistique ne peut pas franchir : par exemple, les limites dans la complexité (il y a des seuils perceptifs) des lois d'organisation temporelle ou spatiale sur lesquelles l'Esthétique expérimentale peut donner des indications aux artistes, surtout à l'époque contemporaine, où ceux-ci jouissent d'une autonomie complète dans la création et ont tendance à atteindre ces limites. Il y a d'ailleurs une interférence entre l'expérience esthétique telle que l'étudie la phénoménologie (13) et l'expérimentation

proprement dite : dans l'un des cas c'est le sujet dont on décrit la conscience et non les faits objectifs à partir desquels cette conscience se manifeste, comme par exemple des faits sociaux, économiques, ou des faits de civilisation.

Comme le public d'aujourd'hui, en raison de l'évolution des techniques, a été formé par la contemplation d'œuvres de différentes époques, souvent très lointaines, et de différentes civilisations, et comme il y a à l'égard de la production contemporaine une distance entre le public et l'artiste qui paraît absolument originale dans l'histoire, l'étude de l'expérimentation esthétique du public d'aujourd'hui semble à M. Francès particulièrement précieuse. Ainsi, il y a une science expérimentale de l'art dont le rapport avec l'Esthétique est dialectique : car d'abord ce sont les esthéticiens qui contribuent à diffuser certaines normes dans le public et, d'autre part, inversement, ce sont les réactions du public qui sont jusqu'à un certain point intégrées dans le jugement des artistes et des esthéticiens. Actuellement le vecteur est plutôt orienté de l'artiste vers les masses ; pour M. Francès, c'est l'artiste qui dicte ce qui est beau ; mais il n'est pas sûr que cet état de choses puisse se maintenir.

La place nous manque pour entrer dans le détail des recherches particulières tentées par M. Robert Francès dont la thèse portera sur *la perception de la musique*.

Mais il convient de mentionner comme étant de toute première importance les recherches de Mlle Marina Scriabine. Son travail porte en effet sur les « *Recherches de bases scientifiques pour une esthétique des formes musicales* ». Après avoir réussi à trouver les formes les plus élémentaires de musique, d'après différents échantillons collationnés au Musée de l'Homme, dans le département que dirige avec tant de compétence M. Schæffner, Mlle Scriabine s'est livrée à des analyses auditives où elle notait non en notation musicale, mais dans une notation particulière, des structures musicales de langages différents (musique de percussion, musiques chinoise, japonaise, nègre, australienne, etc.) (14). Etant compositeur de musique, Mlle Scriabine avait été amenée à se poser la question fondamentale de toute Esthétique expérimentale de la musique : en quoi est-ce véritablement de la musique ? A partir de quel moment le bruit cesse-t-il d'être un simple assemblage de sons pour devenir une structure musicale ? Elle a relevé sur enregistrements les structures les plus élémentaires et a particulièrement étudié dans le cas d'enfants à partir de 3-4 ans jusqu'à environ 10 ans la formation de structures élémentaires très simples. Elle s'est livrée à ce même genre d'expériences (rythme obtenu en frap-

pant sur un objet en bois creux) sur des sujets absolument ignares dans le domaine musical et leur a demandé de noter avec un doigt sur un clavier le rythme qu'ils avaient retenu. La hiérarchie des éléments que l'auteur de ces expériences a pu tirer de ses travaux est extrêmement intéressante : après avoir fait différencier l'intensité, la hauteur, le timbre et la durée, Mlle Scriabine a pu dégager la valeur, d'ordre esthétique, de l'harmonie par différenciation de l'intensité et de la hauteur.

Dans le domaine des arts plastiques, il faut souligner la valeur des travaux de M. Moyse, qui portent sur l'Esthétique expérimentale des sculptures polychromes populaires, singulièrement dans l'art médiéval breton. Cet auteur a beaucoup travaillé sur des vues dia-positives en couleurs projetées au moyen d'un épidiascope sur des masques et des moulages. Toute la question revenait à se demander comment la sculpture peut être à la fois valable sur le plan de l'Esthétique pure et polychromatique, étant donné les règles formulées depuis longtemps par tous les esthéticiens classiques suivant lesquelles la statuaire est monochrome ou n'est pas.

Mlle Prudhommeau, Chargée de Recherches au C. N. R. S., doit soutenir dans quelques mois sa thèse principale sur la *Danse grecque antique*, ainsi qu'une thèse complémentaire sur l'*Analyse et la synthèse du mouvement d'après les monuments figurés dans les civilisations occidentales de la préhistoire au* XIX^e^ *siècle*. La thèse principale groupe 1.465 pages, dont 1.027 illustrations, et la petite thèse, 589 pages et 547 figures. L'originalité essentielle de ces travaux réside dans le procédé de réanimation employé dans l'étude des monuments figurés. Mlle Prudhommeau, partant de la thèse de Maurice Emmanuel de 1895, devait dépasser très largement l'interprétation des textes grecs et de toute la documentation iconographique grâce à une technique personnelle de la chorégraphie et surtout à l'utilisation absolument inédite de la projection animée des images fixes qu'elle devait reconstituer à partir de vases grecs où le même personnage était figuré plusieurs fois dans des poses légèrement différentes, comme autant d'images fixes d'un « dessin animé ».

Mlle Dumarest a également réalisé des travaux d'une extrême importance en ce qui concerne la préférence des couleurs. Elle a pu organiser un test de couleurs grâce à un échantillonnage de couleurs étalonnées au colorimètre. Sa collection comporte un pourpre, un bleu, un violet, un vert, un jaune, un orange, un rouge, deux gris teintés (couleurs indécises) et deux autres gris. Deux séries d'échantillonnage servent aux expériences l'une en mat, l'autre en couleurs polies. L'expérience réside d'abord dans un test de normalité de vision de couleurs fait d'après l'atlas de Pollack (pour

la détection des daltoniens et contre la thèse tri-chromatique de Jung). Les couleurs sont intentionnellement vives, franches, pures et on les présente au sujet sous une forme soit simple, soit couplée. La question réside dans l'appréciation du sujet qui peut donner des notes quantitatives de zéro à vingt, mais qui se contente plus généralement d'une appréciation qualitative. Ce test a permis une classification par groupes d'incultes, d'enfants, de daltoniens, de peintres, d'esthéticiens, de musiciens, d'écrivains, et surtout de physiciens et de techniciens de la psycho-physiologie dont la sensibilité différentielle est très poussée. Ces expériences s'accompagnent souvent de contrôles de la mémoire chromatique ou d'audition colorée. Elles sont suivies d'un test où Mlle Dumarest présente 22 reproductions de peintures classiques ou modernes à l'envers, c'est-à-dire en attachant plus d'importance à la couleur qu'à la forme ou au sujet. Les résultats formeront la trame d'une thèse que Mlle Dumarest présentera sous forme d'une *Contribution à l'étude des lois régissant les harmonies colorées*. En ce qui concerne l'expérimentation employée, il convient de noter que Mlle D. emploie des filtres Daylight 5.900 des Etablissements Cornilg, un luxmètre d'intensité (en gros 1.500 à 2.000 lux), un colorimètre et un spectrophotomètre. Les couleurs sont placées sur un fonds gris n° 5 de Munsell et le sujet est entouré d'un rideau de la même teinte.

A titre documentaire, signalons que Mlle Scriabine utilise pour sa part des appareils acoustiques comme l'enregistreur logarithmique de Bruel, des filtres au tiers d'octave et un magnétophone d'enregistrement.

A côté des travaux de MM. Luce, Guillot de Rode et Cadiou (15), il nous faut mentionner également l'ouvrage capital de Mlle Margaret H. Bulley : *Art and Every man*, paru aux éditions B. T. Batsford (Londres, 1952) dont nous avons parlé ailleurs et qui s'impose par toute une série de tests remarquables auxquels l'auteur est parvenu à conférer une valeur relativement très précise après quelque trente années de recherches expérimentales. Il n'existe pas en France de travail de cette importance, couvrant l'ensemble des domaines des arts plastiques, des arts décoratifs, de l'architecture, de l'affiche, des tissus d'ameublement, etc. Et dans ce domaine il y aurait une littérature très importante à citer, parmi les recherches toutes pratiques, mais néanmoins précieuses pour l'expérimentateur, que l'Institut d'Esthétique Industrielle en France, sous la direction de M. J. Viénot, son homologue anglais, le « National Institute for Industrial Design » ou les remarquables réalisations de Raymond Lœwy à New-York ont effectuées depuis quelques années. On voit d'après ce bref aperçu que l'état présent de l'Esthétique expérimentale est

loin de l'abandon et du décri où la cantonnent si généralement philosophes et savants du XX^e siècle.

On oppose cependant à l'expérimentation esthétique un grand nombre d'objections qui ne sont pas valables d'ailleurs pour elle seule, mais qui sont les griefs communs à toute tentative d'Esthétique, quelle qu'elle soit. Le Dr Th. Munro souligne notamment dans *Les tendances actuelles de l'Esthétique américaine*, comme dans *Æsthetics As Sciences* (Journal of Æsthetics, IX, 3, mars 1951), que l' « on essaye de constater dans l'esprit le plus large ce que les gens considèrent actuellement comme beau. Les estimations sont parfois cachées dans une foule de détails statistiques. C'est le cas lorsque le chercheur décrète que la préférence de la majorité fait qu'un objet est plus beau ; ou lorsqu'il décrète que certains experts savent vraiment ce qui est le plus beau, et jugent alors que le goût des gens est bon ou mauvais selon qu'il s'accorde ou non avec celui des experts. » En fait, c'est là une critique qui porte tout autant sur l'Esthétique générale que sur l'Esthétique expérimentale : de quel droit peut-on en effet décréter que l'on se trouve en présence d'une belle œuvre ? L'on revient ainsi perpétuellement au *de gustibus non disputandum*. Au surplus, l'Esthétique expérimentale cherche beaucoup moins à trancher arbitrairement les débats que ne le font les divers esthéticiens subjectivistes qui ont pu prendre leur propre opinion pour une théorie valable absolument. Lorsque Benedetto Croce décrète que « le même objet, qui semblait laid par un certain endroit, semblait ensuite beau par un autre » et que dans les statistiques de Fechner et Witmer, « une enveloppe jaune, grossière, très laide pour qui doit y enfermer un billet amoureux, est tout à fait ce qu'il faut pour y enfermer une citation d'huissier sur papier timbré », il ne fait que constater une fois de plus la relativité de l'objet d'art, laquelle infirme, dans une large mesure, les procédés *a priori* employés par l'auteur de l'*Esthétique comme science de l'expression et linguistique générale* (16). Dire que tout ce qui a trait à la section d'or, à la ligne ondulée et serpentante est « l'astrologie de l'esthétique » ou que, selon le mot de Schasler, la méthode fechnérienne ne serait « qu'une moyenne de jugements arbitraires d'un total arbitraire de personnes arbitrairement choisies » (17) ne permet pas de ruiner l'Esthétique de laboratoire ; cela ne fait que prouver l'incompréhension d'un philosophe comme Croce pour les problèmes positifs où la science trouve plus son compte que la métaphysique.

Une objection plus grave consiste à se demander si véritablement l'expérimentation esthétique peut et doit être distinguée de l'expérimentation psychologique. Là encore, il ne faut pas séparer la réponse que l'on peut faire à cette question particulière de la

réponse générale à toute question similaire concernant l'Esthétique elle-même. L'Esthétique doit-elle faire partie intégrante de la psychologie ou bien existe-t-il une spécificité réelle de l'Esthétique par rapport à la psychologie ? Il semble qu'à partir du moment où l'on cesse d'étudier les conditionnements extérieurs et comme « préesthétiques » de l'œuvre d'art, où l'on se trouve en présence de jugements de goût, où l'on travaille sur des œuvres d'art et non plus sur de simples rectangles à la façon des premiers pionniers de l'Esthétique expérimentale, l'on pourra considérer à juste titre que l'on se trouve au niveau de l'Esthétique et non plus dans le domaine beaucoup plus vaste de la psychologie générale. Au reste, le propre de l'Esthétique expérimentale, comme de cette Esthétique empirique dont Vernon Lee analysait les problèmes et les méthodes dans le 23e tome du *Journal de Psychologie*, en 1926, est précisément d'écarter les problèmes généraux qui font l'objet d'études de méthodologie esthétique et non de monographies expérimentales : « Car il ne s'agit plus de répondre à des questions globales et mal définies comme qu'est-ce que l'art ? quel est le rapport du beau et du vrai ? L'art est-il susceptible d'être moral ? etc., etc... Il s'agit de poser des questions capables d'être soumises à l'analyse et à la différenciation qui découleront nécessairement de l'observation et de l'expérimentation méthodique des réactions, des activités esthétiques, du *moi* » (p. 10).

Pour que l'Esthétique expérimentale devienne cette authentique science de laboratoire qu'elle peut et doit être bientôt, il ne lui manque plus qu'un seul élément : le local, ce laboratoire qui lui permettrait de mener à bien ses travaux. Les conditions si précaires dans lesquelles travaillent tous les esthéticiens français pourront s'améliorer à partir du moment où l'on donnera aux chercheurs les moyens pratiques, techniques et positifs de poursuivre leurs expériences. Comme Pasteur se tournait en 1868 vers les pouvoirs publics pour leur demander d'accorder une plus large part à ces instruments de travail, l'on pourrait répéter, pour l'Esthétique, ce qu'il a pu dire de la Biologie : « Prenez intérêt à ces demeures sacrées que l'on désigne du nom expressif de *Laboratoires*, demandez qu'on les multiplie et qu'on les orne ; ce sont les temples de l'avenir, de la richesse et du bien-être. C'est là que l'humanité grandit, se fortifie, et devient meilleure. » Lorsque le Laboratoire d'Esthétique sera institué, l'Esthétique de Laboratoire sera d'emblée instaurée (18).

Denis Huisman.

NOTES

(1) *Esthétique*, tome I, p. 19. Traduction Jankélevitch (Aubier, 1944).

(2) Batteux. — *Les Beaux-Arts réduits à un seul principe*, Paris, 1746, cité par Moustoxidi, Les systèmes esthétiques en France de 1700 à 1890, Paris, TH. Univ., édit. Jouve, 1918.

(3) Victor Cousin. — *Du Vrai, du Beau, du Bien*. Edition 1853, p. 257.

(4) Piaget. — *Introduction à l'Epistémologie génétique*, tome I, p. 9. (P. U. F., 1949.)

(5) Etienne Souriau. — *La place de Ch. Lalo dans l'Esthétique contemporaine*. Revue d'Esthétique, t. VI, 1953, fasc. 2, avril-juin.

(6) Ch. Lalo. — *La crise de l'Esthétique expérimentale*, in Jubilé de la Psychologie scientifique, 1839-1939, Agen, p. 428.

(7) *Neue Lehre von den Proportionalen des menschlichen Körpers*. Cf. Fechner : *Zur experimentalen Æsthetik*, p. 590 (et, bien entendu, le *Vorschule der Æsthetik*).

(8) Cf. les travaux de l'Art Psychology Laboratory de l'Université de Iowa ; du même auteur, Norman C. Meier : *Art in Human Affairs*.

(9) Cf. de R. Arnheim, dans la Revue américaine d'Esthétique : *Artistic Symbols* (septembre 1953) ; *Perceptual and Æsthetics Aspect of the Movement response* (mars 1951) ; de cet auteur, nous attendons un vaste ouvrage : *Art and Visual Perception* ; du Dr H. J. Eysenck, *A Critical and Experimental Study of Colour Preferences* (1941) ; *The General Factor on Æsthetic Judgments* (1940, Br. Jal of Psychology) ; *Experimental Theory of the Good Gestalt* (ps. review, 1942) ; du Dr Granger : *Objectivity of Colour Preferences* (Nature, V, 1952), etc., etc...

(10) Cf. *Enfance*, 1950, tome III, p. 160 sq. : J. Subes et J. Auzet : « *Une tentative d'étude objective du sens esthétique chez l'enfant.* »

(11) *Ibid.*, tome III, n° spécial consacré aux dessins d'enfants publiés sous la direction d'Henri Wallon, Professeur au Collège de France, Directeur d'Etudes à l'Ecole des Hautes Etudes. On doit beaucoup à M. le Pr. Wallon, qui dirige depuis quelque trente ans le Laboratoire de Psychobiologie de l'enfant (qu'il a lui-même créé), et où il a réalisé toute une série d'expériences et de tests sur les dessins enfantins, avec la collaboration de Mme H. Wallon et de M. Prudhommeau, mais dans une perspective exclusivement psychologique (et non asthénique).

(12) M.-R. Francès, Agrégé de Philosophie, Attaché au C. N. R. S., a publié un certain nombre d'articles relatifs à ses travaux, dont le plus récent figure dans le *Journal de Psychologie* de 1953.

(13) Cf. la thèse remarquable de M. Mikel Dufrenne, Professeur suppléant à la Sorbonne, *Phénoménologie de l'expérience esthétique*, 2 vol., P. U. F., 1953.

(14) Mlle Marina Scriabine, fille du célèbre compositeur russe Alexandre-Nicolas Scriabine, et elle-même compositeur de musique, a publié d'importants articles dans la *Revue d'Esthétique* (dont l'un, sur sa notation technique) et achève actuellement un ouvrage en collaboration avec M. Boris de Schloezer sur *Les perspectives de la musique contemporaine*. Signalons, entre autres, son article sur *Athématisme et ultratématisme de la musique actuelle* (dans la revue *Polyphonie*).

(15) Mlle Dumarest, licenciée ès Sciences et diplômée de l'Ecole du Louvre, travaille actuellement dans un laboratoire mis à sa disposition par le Muséum d'Histoire Naturelle, grâce à la complaisance du corps enseignant de cet établissement. M. Luce, diplômé de l'Ecole Centrale, de l'Ecole du Louvre et de l'Institut d'Art et d'Archéologie, est attaché au C. N. R. S. et actuellement boursier Henri Focillon à l'Université de Yale (U. S. A.). Ses recherches portent sur l'influence des mathématiques sur la peinture

italienne de la Renaissance. Il faudrait citer d'autres chercheurs, comme M. Guillot de Rode, Attaché de Recherches au C. N. R. S., dont la thèse doit porter sur l'Expérimentation esthétique du Cinéma (perception des formes filmiques), ou même d'autres auteurs, comme M. H. Cadiou, artiste peintre, directeur du Centre d'Apprentissage de Dessin d'art graphique, qui a réalisé une batterie de tests fort remarquable et dont nous avons nous-mêmes tiré le plus grand profit.

(16) Croce, *op. cit.*, pp. 104-105.

(17) *Id.*, *ibid.*, p. 395.

(18) Il existe virtuellement un laboratoire théorique, dont le directeur est le Professeur d'Esthétique et Science de l'Art à la Sorbonne, rattaché au C. N. R. S., et, pour ordre, à l'Institut d'Art et d'Archéologie. Ce laboratoire, qui dispose de matériel et d'un grand nombre de chercheurs spécialisés, ne comporte ni existence « légale », ni local effectif.

NOTES BIBLIOGRAPHIQUES

Fechner. — *Vorschule der Æsthetik*, 1876.

Larguier des Bancels. — *Les Méthodes de l'Esthétique expérimentale*, Année Psychologique VI, 1899.

Lalo, Ch. — *L'Esthétique expérimentale contemporaine*. (Alcan), 1908.

Valentine. — *An Introduction to Experimental Psychology of Beauty*. Londres, 1913, 2e éd., 1920.

Munro, T. — *Scientific Method in Æsthetics*. N.-Y., 1928.

Langsfeld, H. S. — *Experimental Æsthetics*. Encyclopedia britannica, 14e éd., 1929.

Chandler, A. R. — *Beauty and human nature*. N.-Y., 1934.

Chandler, A. R. et Barnardt. — *Bibliography of the Experimental Æsthetics*. Berkeley, 1938.

Ogden, R. M. — *The Psychology of Art*. N.-Y., 1938.

Farnsworth, P. R. — *Æsthetics*, in Encyclopedia of Psychology. N.-Y., 1946.

Woodsworth. — Psychologie expérimentale, t. I, ch. XVI, *Esthétique expérimentale*. Trad. française par André Ombredane, P. U. F., 1948.

Bulley, Margaret H. — *Art an Everyman*. Londres, 1952.

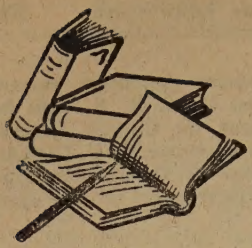
Meier, N. C. — *Art in human affairs*, an introduction to the psychology of art. Iowa, s. d.

De très nombreux articles ont paru en Angleterre, notamment sous la plume de Miss Bulley, Sir C. Burt, MM. H. Dewar, H. J. Eysenck, Granger, Gunn, W. A. Mac Elroy, E. A. Peel, R. W. Pickford, E. D. Williams, etc.

En France, il faudrait aussi pouvoir signaler les études de M. R. Husson, de M. Francès *, de Mlle Scriabine, etc.

Quant aux tests, on se reportera, pour leur nomenclature, à l'Annuaire Américain, où ils sont classés par ordre méthodologique et alphabétique.

* *Recherches expérimentales sur la Perception des Formes musicales*, Journal de Psychologie, 1952. — *La Constitution de l'Œuvre musicale*, Les Etudes Philosophiques, 1952. — *Passage de la perception d'un son musical à la perception des formes musicales complexes*, Revue de Laryngologie, 1953.



LES LIVRES

Ph. M. MORSE et H. FESCHBACH. — Methods of theorical physics. — 2 vol. de 1980 + L p. Mac Graw Hill, New-York, 1954. Prix : 30 dollars.

Dans le monde entier, on cherche aujourd'hui à grouper sous forme assimilable l'outillage qui répond au titre **Méthodes mathématiques de la Physique**, et forme chez nous, depuis peu, le programme d'un important certificat de licence. En attendant que des cours français paraissent, peut-on se faire une idée de ce qui a été réalisé, à cet égard, aux U. S. A. ?

L'ouvrage en deux parties auquel se consacre la présente analyse fournit en l'occurrence un exemple insigne. Il synthétise les cours donnés par ses auteurs au Massachusetts Institute of Technology, l'un des centres d'études appliquées les plus connus d'outre-Atlantique.

Le résultat est digne d'approbation par sa robuste charpente et le souci d'entraîner l'élève à la mise en pratique des méthodes acquises, cela par un lot important d'énoncés de problèmes qui terminent les divers chapitres. Bien entendu, l'effort primordial est à tous moments l'étude des champs sous leurs divers aspects : gravitationnel, élastique, thermique, électro-magnétique, quantique, etc... Le souci le plus urgent va droit aux relations établies entre les équations et les caractères du champ. Une idée nette de ce qu'exprime le symbolisme prélude aux exercices de rigueur pour lesquels, après coup, on consulte des monographies appropriées. L'essentiel à mon sens est qu'on trouve ici, en termes sobres et nets, les liaisons entre les divers développements mathématiques et les thèmes physiques donnant l'occasion d'y recourir.

Une fois posées les notions classiques sur les vecteurs, tenseurs, spineurs (ces derniers, intervenant à propos de la transformation de Lorentz), l'attention se porte sur les équations les plus aptes à conditionner les divers genres de champs, en mécanique des milieux continus ou à propos de la diffusion : une synthèse substantielle, bien qu'assez brève, est ensuite donnée sur le champ électro-magnétique et la théorie des quanta. Puis, en vue de quelque unité méthodologique, voici l'étude des conséquences de ces principes variationnels, dont le prototype est celui de Hamilton en dynamique. Une intention analogue reprend ensuite les fonctions de variables complexes, capables comme on sait de fournir certaines solutions restreintes mais typiques des problèmes déjà posés et d'illustrer une idée importante, les singularités des solutions, idée appelée à s'élargir. La théorie est détaillée en donnant accès à la représentation conforme, à la fonction gamma, aux fonctions elliptiques. Les transformations de Laplace, de Mellin et de Fourier ayant été rencontrées chemin faisant, on approfondit les équations différentielles tant avec l'aide de la séparation des variables (extensible par exemple à div. grad. $\varphi = 0$), qu'avec celle des séries et des représentations intégrales (champ réel, champ complexe). D'une manière graduelle, on atteint ainsi l'une des parties les plus centrales : problèmes aux limites, fonctions de Green, fonctions et valeurs propres, équations intégrales, cela avec des développements comportant des tables, et un retour à la transformation de Fourier.

Une base est ainsi fortement établie, en ces huit chapitres du tome I, et le suivant volume peut alors mener plus à fond dans l'économie de recherches d'un genre particulier : méthodes de perturbation, application de principes variationnels au calcul de valeurs propres ; solutions des

équations de Laplace et de Poisson, de l'équation des ondes (pour deux, trois dimensions), fonctions intervenant, à l'exemple des fonctions cylindriques ou sphériques, en des problèmes à structures spéciales ; compléments sur la diffusion et sur l'équation de Schrödinger ; questions où s'introduisent des champs de vecteurs (stationnaires ou périodiques) comme solutions. La fréquence des tables s'accentue peu à peu au cours de l'exposé.

Une impression générale se dégage : si le souci de la Physique a joué pour un groupement de ces matières, la proximité qui leur est donnée est peut-être, même pour les purs analystes, une occasion de réfléchir.

G. BOULIGAND.

K. S. PITZER. — Quantum Chemistry (Chimie quantique). — Un volume X-529 p., Constable et Cie, Edit. London, 1953.

Dans cet ouvrage, M. K. S. Pitzer, professeur de Théories quantiques pour les étudiants en chimie à l'Université de Californie, a rassemblé les notions fondamentales de mécanique ondulatoire et de physique quantique dont la connaissance est aujourd'hui nécessaire aux chimistes. Développant un cours semestriel, M. Pitzer s'est volontairement limité à l'exposé des aspects de la théorie quantique qui éclairent les grands phénomènes associés à la liaison chimique. Un grand nombre de questions plus particulières ou nécessitant des développements mathématiques plus approfondis ont été rejetées dans les vingt-quatre appendices complétant l'ouvrage. Celui-ci ne dépasse pas le niveau des études de la licence ès sciences et peut servir utilement de livre de complément pour les étudiants suivant des cours de chimie générale ou de physique générale dans les facultés des Sciences ou les écoles d'ingénieurs.

Nous donnerons un bref aperçu des matières traitées : après un exposé simple de l'évolution des connaissances qui a conduit à l'association des représentations corpusculaire et ondulatoire par la mécanique quantique et des postulats de la mécanique quantique, M. Pitzer traite en détail le problème des atomes hydrogénoïdes et des molécules diatomiques. Les propriétés générales des systèmes de fonctions d'ondes et les diverses méthodes d'approximations sont ensuite examinées. L'introduction du spin sert de base à l'étude des atomes complexes et des cortèges électroniques. Des éléments sur la théorie des perturbations dépendant du temps conduisent à la théorie de l'émission du rayonnement et aux règles de sélection correspondantes. Après un exposé simplifié sur les statistiques quantiques et la thermodynamique statistique, on développe plus en détail la théorie quantique de la liaison chimique et de la valence : théorie de la liaison covalente, orbitales moléculaires et atomiques, mésomérisme, résonance, conjugaison et hyperconjugaison, liaison métallique, etc... On examine ensuite la théorie des spectres moléculaires et les propriétés thermodynamiques des gaz parfaits, la représentation quantique des corps solides et des cristaux, la théorie des liquides, l'interprétation quantique des phénomènes de magnétisme. Un dernier chapitre est consacré à des notions de physique nucléaire. Vingt-quatre appendices développent des questions diverses et contiennent notamment des tables numériques importantes.

G. PETIAU.

F. RUSSO. — Histoire des sciences et des techniques : bibliographie. — Fasc. 1024 des Act. sc. et ind. Hermann. 186 p. Paris, 1954. Prix :

Répertoire séduisant par sa substance et sa présentation à la fois claire et polyvalente. Car l'histoire des sciences et celle des techniques, leurs inspiratrices, s'y projettent tour à tour, d'un part sur le tableau des époques et de l'autre, sur celui des disciplines, en des titres précisés, au besoin,

et avec mention des bibliothèques dûment pourvues : cela, sans préjudice des dictionnaires et ouvrages généraux. S'il n'a pas été concédé aux sciences humaines (sociologie, histoire, psychologie), on notera, dans toute la gamme s'étalant en dégradé entre mathématiques et sciences médicales, le souci de détacher les sources notoires.

Virtuose dans l'art du synoptique, l'auteur ne laisse rien transparaître du labeur qu'il s'est imposé et donne à ses lecteurs l'impression d'être souvent tout près des œuvres originales et de leurs résonances les plus fidèles.

G. BOULIGAND.

M. SÉDILLE. — Précis de Mécanique des fluides à l'usage des ingénieurs. Préface de M. M. Roy. — Dunod, Paris, 1953, 136 pages.

Dans de nombreuses techniques, on doit de plus en plus faire appel aux développements modernes de la Mécanique des fluides ; dans ce petit ouvrage, destiné aux ingénieurs, M. Sédille est parvenu à mettre en relief les idées et les faits essentiels relatifs à l'écoulement des fluides et cela sans user de développements mathématiques qui risqueraient de masquer, sous un appareil compliqué, les vues d'ensemble qu'il cherche à dégager.

L'ouvrage comporte onze chapitres ; dans les trois premiers on traite des fluides parfaits ; le quatrième est consacré à l'exposé de généralités sur les fluides réels ; l'étude des écoulements laminaires, des écoulements turbulents et de l'influence de la rugosité, fait l'objet des chapitres suivants. Le chapitre huit traite de la résistance de forme, des sillages, des décollements ; le suivant envisage les cas d'application des équations des fluides parfaits. Les fluides compressibles sont étudiés ensuite ; l'ouvrage se termine par l'étude des échanges thermiques qui sont liés au mouvement des fluides.

M. PARODI.

G. THALLER. — La Houille blanche. — Collection « Que sais-je ? », Presses Universitaires de France, Paris, 1953, 126 pages.

Les questions énergétiques sont de plus en plus la préoccupation de tous et, parmi les sources d'énergie, la houille blanche a toujours bénéficié d'une faveur particulière de la part du public.

Dans ce petit ouvrage où sont volontairement laissés de côté les exposés par trop techniques, l'auteur a abordé les questions essentielles et d'un caractère général qui concernent l'aménagement des chutes d'eau.

Faisant le point sur la question et exposant les perspectives d'avenir, ce travail ne manquera pas d'intéresser.

M. PARODI.

A. R. WEYL. — Engins téléguidés, Avions robots. Traduction de C. Grégoire. Dunod, Paris, 1952, 173 pages.

La mise au point d'un engin téléguidé dépend de toutes les branches possibles de la science moderne ; c'est ce qu'expose dans ce petit ouvrage M. A. R. Weyl, ingénieur britannique, spécialiste de ces questions.

Les points suivants sont abordés, sans calculs ardus, dans ce livre :

Principes et éléments des engins téléguidés. Développement de l'avion robot ;

Développement des projectiles fusées à longue portée : le V_2 ;

Engins téléguidés de dimensions restreintes : présent et avenir ;

Tableau des caractéristiques des engins téléguidés.

M. PARODI.

Dépôt légal 2e trimestre 1954 : n° 5491. Le Gérant : R. CONSTANS.
Imprimerie Jacques et Demontrond, Besançon. — 3553 - 5-54.